Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 4ª época, 23, 2017/71-101

STOCHASTIC MODELING OF SOLVENCY II CAPITAL REQUIREMENTS FOR THE LAPSE RISK IN A LONG-TERM LIFE INSURANCE PRODUCT

MODELIZACIÓN ESTOCÁSTICA DE LOS REQUISITOS DE CAPITAL DE SOLVENCIA II POR EL RIESGO DE CAÍDAS DE CARTERA PARA UN SEGURO DE VIDA DE LARGA DURACIÓN

Ewa Dylewska[1]*, José Antonio Gil Fana[2], Antonio José Heras Martínez[2], José Luis Vilar Zanón[2]

Abstract

Analysis of the structure of capital requirements within life underwriting sub-module of an example endowment product revealed the importance of lapse risk as a major component. Therefore, the initial solvency capital requirements optimization efforts consist in analyzing the possible reduction of capitals that would correspond to this risk. Results of the analysis indicate that standard formula might not be prudent enough in case of products similar to the studied.

Keywords: long term insurance contracts, Solvency II internal models, lapse risk, stochastic modelling

Resumen

La observación de la estructura de los requisitos de capital de Solvencia II para un ejemplo de un seguro de vida y supervivencia indica que el elemento principal del sub-módulo de riesgo de suscripción de vida se corresponde con el riesgo de caídas de cartera. Por lo tanto, la primera tarea en la optimización de los requisitos de capital consiste en la búsqueda de posibles reducciones de requisitos de capital correspondientes a este riesgo. Los resultados del análisis implican que para productos similares al estudiado la fórmula estándar puede ser demasiado onerosa respecto a los requisitos de capital por riesgo de cartera.

Palabras clave: seguro de vida de larga duración, modelos internos de Solvencia II, riesgo de caídas de cartera, modelización estocástica

[1] *MetLife Poland.*
[2] Universidad Complutense de Madrid. Departamento de Economía Financiera y Contabilidad I (Economía Fiannciera y Actuarial). Campus de Somosaguas, 28223 Pozuelo de Alarcón (Madrid).
*Autor para la correspondencia (ewa@dylewska.com)

1. Introducción

Existen varias razones por las que los contratos de larga duración en seguros de vida resultan de interés tanto para los clientes como para las compañías de seguros. Sin embargo, los contratos de larga duración incluyen también varios riesgos que representan amenazas para la solvencia. Solvencia II intenta medir posiblemente todos los riesgos e incertidumbres relacionados con un contrato de seguro estimando un valor para los capitales requeridos, valor que se transfiere al coste final de seguro y a la rentabilidad.

Para un caso práctico de un seguro de vida, en este artículo se estudia la estructura de los requisitos de capital de solvencia que corresponden a varios módulos y sub-módulos de la fórmula estándar. Se observa que dentro del sub-módulo de suscripción de vida la mayor parte de los requisitos de capital viene del riesgo de caídas de cartera. Por esta razón se decide construir un modelo interno parcial de solvencia con el propósito inicial de optimizar los requisitos de capital de solvencia y a su vez, incrementar la rentabilidad del producto.

La estructura del artículo es la siguiente: después de la Introducción, en la sección 2 se discuten brevemente las ventajas y riesgos de los contratos de seguro de larga duración y en la sección 3 se resumen las razones que justifican la creación de los modelos internos o modelos internos parciales de Solvencia II. En la sección 4 se presenta un caso práctico en el que basaremos nuestro estudio y las asunciones claves, se proporcionan las observaciones sobre los principales flujos de caja del producto, se define brevemente el proceso estocástico de caídas de cartera que se intenta modelizar en este estudio y los supuestos del análisis estocástico. Luego se presentan los resultados de la modelización estocástica para dos posibles enfoques sobre el cálculo de SCR: asumiendo escenarios de continua subida o bajada de las tasas de liquidación (sección 4.4) o bien independencia de las tasas de liquidación (sección 4.5). La penúltima sección 5 discute las implicaciones de los resultados y finalmente, la sección 6 resume las conclusiones del trabajo.

2. Ventajas y riesgos de los contratos de seguros de larga duración

Desde la perspectiva del asegurado, las características más atractivas de los contratos de larga duración son: garantía de renovación, garantía de prima, un coste total del seguro más bajo, y finalmente la posibilidad de adquirir un seguro más complejo que combina varias coberturas a un coste más económico.

Los contratos de larga duración, al contrario que los contratos de corta duración, permiten a las compañías aseguradoras formar carteras más amplias y estables, con menor volatilidad de pagos por mortalidad o morbilidad y menor necesidad de reaseguro gracias a la posibilidad de diversificación del riesgo de seguro dentro de la cartera. Además, permiten reducir el total de los gastos de adquisición del contrato tales como remuneración de intermediarios, pruebas médicas, coste de diseño de nuevos productos o lanzamiento. Se relacionan también con un negocio más estable por lo que permiten una mejor planificación de los gastos e inversiones, lo que conlleva un incremento de calidad y un menor riesgo operativo. Por último, los contratos de larga duración se suelen asociar con un beneficio medido por un *embedded value* más alto (en nivel de póliza) que en el caso de los contratos de duración corta.

Sin embargo, los contratos de larga duración incluyen riesgos que representan amenazas para la solvencia más acusadas que en los casos de contratos cortos. Nos referimos sobre todo al riesgo financiero relacionado con la gestión de activos y pasivos, el riesgo relacionado con el nivel de gastos futuros, las variaciones de la cartera debidas a los rescates, el riesgo biométrico y todas aquellas garantías del contrato que se convierten en obligaciones a largo plazo.

El nivel de las liquidaciones en que se centra este estudio también supone un riesgo para un producto de seguro de vida. El incremento de la tasa de liquidaciones suele dañar al producto sobre todo cuando el nivel de gastos iniciales no ha podido ser recuperado, o cuando las pólizas liquidadas suponen una pérdida de beneficios futuros. El incremento de la tasa de liquidaciones se puede realizar como un incremento instantáneo o bien como un evento relacionado con alguna situación inesperada, por ejemplo una caída de los mercados financieros, una crisis económica o la caída de la reputación de la aseguradora. También una bajada de la tasa de liquidaciones puede suponer un aumento de obligaciones futuras si las cargas por rescate suponen una fuente de financiación para el producto de seguro o cuando se incrementa el coste de las garantías futuras.

Las principales incertidumbres y riesgos relacionados con un contrato de seguro están reflejados por la normativa de Solvencia II y la fórmula estándar. Solvencia II intenta medir incertidumbres y riesgos de un contrato de seguro estimando un valor para los capitales requeridos, valor que se transfiere al coste final de seguro y a la rentabilidad.

3. Modelos internos parciales de Solvencia II

Las desviaciones de los supuestos principales de la fórmula estándar respecto a la distribución normal (tales como asimetría, colas de distribución anchas) o al nivel de correlaciones entre riesgos (resultantes de asimetría, dependencias de las colas) suponen obstáculos para el uso de la fórmula estándar de Solvencia II como aproximación de los capitales requeridos de solvencia (Willis Towers Watson, 2016).

Pueden existir también otras razones por las que el perfil de riesgo de una compañía no esté representado adecuadamente por la formula estándar. Una compañía aseguradora puede estar expuesta a unos riesgos que no estén captados por la formula estándar pero que suponen unos requisitos de capital adicionales para mantener la solvencia. Como ejemplo, los siguientes riesgos (EIOPA, 2014) no están cubiertos por la fórmula estándar de Solvencia II: riesgo de inflación, riesgo de reputación, riesgo de liquidez, riesgo de contagio (a nivel del grupo) o riesgo legal. Además, el cálculo simplificado de la fórmula estándar puede no reflejar la situación o exposición al riesgo de una compañía particular, por la razón de tener una cartera de productos de seguro específica, por un reaseguro que no sea proporcional o por su ubicación geográfica. Un buen ejemplo puede ser el riesgo catastrófico para una compañía ubicada en una región de gran exposición a este riesgo.

Por estas razones, la normativa de Solvencia II (Reglamento Delegado, 2014 – *cap. VI*) permite el uso de los modelos propios construidos por las compañías aseguradoras (modelos internos) que posibilitan un cálculo más adecuado de los requisitos de capital de solvencia.

La estructura modular de la fórmula estándar permite además la construcción de los modelos internos parciales que realicen el cálculo propio de SCR solamente para algunos riesgos, por ejemplo para el riesgo de tasa de interés, riesgo de longevidad, riesgo operacional (Cantle *et al*., 2012) o riesgo de caída de cartera.

La ventaja de los modelos internos consiste en captar el riesgo específico de forma más adecuada. Además, pueden permitir la disminución de los requisitos de capital de Solvencia II frente a los calculados mediante la fórmula estándar (Kriele *et al*., 2014). Sin embargo, no se considera una práctica adecuada la creación de los modelos internos parciales solamente para estos módulos o sub-módulos para los que se obtiene un *SCR* menor que mediante la fórmula estándar ("*cherry-picking*") (CEIOPS, 2010). Es importante que los requisitos de capital reflejen de forma adecuada el perfil de riesgo global a que está expuesta la compañía aseguradora (Clarke *et al*, 2014 and Ward *et al*., 2013).

Similarmente al caso de la fórmula estándar, los requisitos de capital de solvencia (*SCR*) calculados en un modelo interno (para un módulo o un sub-módulo) también se corresponden con el capital requerido para mantener la compañía solvente, incluso durante uno de los peores 200 años. De este modo se asegura que los requisitos de capital corresponden al VaR_α definido a un nivel de confianza de $1\text{-}\alpha = 99{,}5\%$.

Dependiendo del método estadístico empleado, el cálculo suele requerir un número elevado de escenarios (por ejemplo 10.000) que describen el comportamiento estocástico de la variable modelizada. Por lo tanto, este método suele emplear más recursos en relación al tiempo de computación que la fórmula estándar de Solvencia II.

4. Caso práctico: un seguro de vida y supervivencia con la aceleración del pago en caso de diagnóstico de cáncer

4.1 Definición y características del producto estudiado

A continuación se estudia un modelo particular de seguro de vida y supervivencia que incluye la aceleración del pago en caso de un posible diagnóstico de cáncer. Un seguro de vida y supervivencia es un tipo de contrato de seguro muy bien conocido en el mercado de seguros europeo. Después de un largo periodo de dominio de los contratos del tipo *unit-linked*, donde el riesgo de inversión se suele asumir por el tomador, en los últimos años se puede observar un creciente interés en productos garantizados como el seguro de vida y supervivencia. Este tipo de contratos de seguro, aunque no suelen ofrecer altas tasas de rendimiento, tienen varias ventajas para el tomador, tales como la garantía de valor de primas y beneficios, un coste total del seguro más bajo, y finalmente la posibilidad de adquirir un seguro más complejo que combina varias coberturas a un coste más económico. Por esta razón y para diferenciar el producto de otros similares del mercado, se puede introducir una cobertura adicional, como en este caso es una aceleración del pago en caso de diagnóstico del cáncer.

A continuación se estudia un producto de seguro de vida de larga duración distribuido por una hipotética compañía española operando bajo el régimen de Solvencia II. La venta se realiza por el canal tradicional, es decir mediante los agentes de seguros. Se asumen las siguientes simplificaciones:

- La compañía aseguradora solamente distribuye un producto de seguro, sin que su cartera contenga otro tipo de seguros. Por lo tanto, se ignora el impacto de las posibles diversificaciones sobre los márgenes de solvencia bajo el régimen de Solvencia II;

- La compañía aseguradora asume todo el riesgo del seguro, sin cederlo a terceros mediante el reaseguro.

La compañía aseguradora opera bajo los regímenes previstos por la Directiva de Solvencia II. El seguro ofrecido por la hipotética compañía aseguradora – el seguro de vida y supervivencia (Dickson *et al.*, 2013) que incluye adicionalmente la aceleración del pago en caso de un posible diagnóstico de cáncer – proporciona los siguientes beneficios:

1) Pago de la suma asegurada en caso de fallecimiento del asegurado durante el periodo del seguro;
2) Pago acelerado de la suma asegurada en caso de diagnosis de cáncer durante el periodo del seguro;
3) Pago de la suma asegurada en el momento de sobrevivir al final del periodo de vigencia del seguro.

El pago de la suma asegurada finaliza el periodo de vigencia del seguro.

El producto está diseñado para proteger el asegurado durante un largo periodo de tiempo: entre 10 y 30 años. El seguro contiene una garantía del nivel de primas y beneficios a lo largo del periodo de vigencia del seguro. Las primas son constantes y se cobran mensualmente. La tasa técnica de interés (i) utilizada para el cálculo de primas y beneficios es constante a lo largo del periodo y está garantizada. El nivel de la tasa técnica de interés es igual al 1,20%. El producto no contiene participación del asegurado en beneficios (*profit sharing*), lo que disminuye su exposición al riesgo de no casamiento de activos y pasivos valorados consistentemente con el mercado, bajo el régimen de Solvencia II.

En la etapa de construcción del modelo se aplican las tablas de vida dinámicas que permiten un ajuste de primas y beneficios del contrato más cercanas al riesgo. Este tipo de las tablas de vida se basan en unas tablas estáticas a las que se aplica una función de ajuste que representa el cambio de riesgo de mortalidad a la edad x, que tiene lugar durante t años (Dylewska *et al*., 2012).

El modelo de cálculo construido permite realizar una proyección de flujos de caja y, en sucesivos pasos, calcular los requisitos de capital de Solvencia II según la fórmula estándar.

4.2 Observación de los principales flujos de caja

Sobre la base de flujos de caja que ya incluyen los requisitos de capital de solvencia, se realiza una modelización y un profundo análisis de medidas de beneficio tales como el margen de beneficio, el *embedded value*, y las tasas internas de rendimiento y retorno sobre activos (Dylewska, 2017). Se observa que, para el producto estudiado, el impacto sobre el beneficio de la edad del asegurado es limitado y que el género del asegurado tiene un mayor impacto. La duración del contrato tiene mucha influencia sobre los requisitos de capital de solvencia y en consecuencia, también sobre las medidas de beneficio. Se observa también que la suma asegurada y la prima del seguro afectan a las medidas de beneficio. Por último, los requisitos de capital de solvencia (*SCR*) y la mejor estimación (*BEL*) guardan una estrecha relación al inicio del periodo de proyección, decayendo ésta a lo largo de dicho periodo debido a una disminución de la correlación.

El análisis de la estructura de los requisitos de capital de solvencia dentro del sub-módulo de riesgo de suscripción de vida permite observar que el elemento principal de este sub-módulo se corresponde con el riesgo de caídas de cartera. Por lo tanto, la primera tarea en la optimización de los requisitos de capital consiste en la búsqueda de posibles reducciones de requisitos de capital correspondientes a este riesgo.

La normativa de Solvencia II permite la creación de los modelos internos parciales si estos permiten un mejor ajuste del valor de los requisitos de capital de solvencia a la realidad. Por lo tanto, como se intenta construir un modelo interno parcial, se realiza el cálculo de los requisitos de capital calibrados al 99,5 percentil del valor en riesgo VaR_{α} (*value at risk – VaR)* para dos enfoques sobre comportamiento de las tasas de caída de cartera:

- incluyendo el impacto de un aumento o descenso permanente de las tasas de caída de cartera y una componente estocástica de menor impacto

- asumiendo plena independencia de los escenarios de caída de cartera.

El valor en riesgo (*value at risk – VaR*) es una medida del riesgo que describe una posible pérdida para un nivel de probabilidad α (Kriele *et al*., 2014). La definimos como:

$$VaR_{\alpha}(X) = \inf\{x \in R: F_X(x) \geq \alpha\}$$

dónde F_X es una distribución de X (en este caso el X representa una función de beneficio o pérdida). Por lo tanto, el valor en riesgo representa el cuartil α más bajo de la distribución de X.

Para cada uno de los enfoques se genera un número total de 10.000 escenarios que asumen una distribución simétrica, normal y tres niveles de variabilidad de la tasa durante los años de proyección t (Dylewska, 2017). Los supuestos para el análisis estocástico se describen en más detalle a continuación.

4.3 Supuestos para el análisis estocástico

Con el fin de calcular los requisitos de capital de Solvencia II, se quiere analizar el valor de la mejor estimación bajo escenarios que describan la posible volatilidad de las tasas de caída de cartera en un año t, para cada n posibles años de duración del contrato. En un año t, los posibles *estados* de póliza son: 0 – póliza en vigor, 1– liquidación anticipada de póliza. No es posible volver del *estado* 1 al *estado* 0. Se ignoran otros posibles estados relacionados con la terminación del contrato tales como supervivencia, muerte o diagnóstico del cáncer, que están cubiertos en supuestos sobre supervivencia, mortalidad o morbilidad y no son sujetos de este análisis.

póliza en vigor (0)	t
liquidación anticipada (1)	$t+\Delta t$

A la tasa de liquidación anticipada (o tasa de caídas de cartera) en un año t, podemos llamarla la variable X_t. La variable X_t viene descrita por la probabilidad de transición del *estado* 0 (póliza en vigor) al *estado* 1 (liquidación anticipada de póliza). Se puede definir un proceso estocástico X

a partir de las variables aleatorias X_t, que tiene *estados* definidos en el espacio de *estados* de póliza *S* sobre el conjunto de *T* años de la póliza [1;30] (Koller, 2011 y Koller, 2012). El parámetro *t* lo entendemos como el tiempo.

La variable aleatoria X_t del espacio probabilístico (Ω, A, P) tiene un valor esperado E[X] y varianza Var[X]. Las dos distribuciones empleadas en el cálculo de los escenarios estocásticos son las siguientes:

- distribución normal: una variable aleatoria está distribuida normalmente, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, si tiene la función de densidad de probabilidad:
  $f_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$, siendo el valor esperado μ y la varianza σ^2;
- distribución uniforme continua: una variable aleatoria está distribuida uniformemente, $X \sim U(a, b)$, entre los puntos a y b si tiene la función de densidad de probabilidad:
  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} \; para \; a \le x \le b \\ 0 \; para \; x < a \; o \; x > b \end{cases}$, siendo el valor esperado (media) $m_1 = \frac{a+b}{2}$ y la varianza $m_2 - {m_1}^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$. Si *a*=0 y *b*=1 entonces se trata de la distribución uniforme estándar $U(0,1)$.

En la práctica la distribución de la tasa de liquidación anticipada (tal como en caso de otras funciones de riesgo) suele ser desconocida. Se suele aplicar una aproximación con la distribución normal, justificándolo por el teorema de limite central o bien por la función generadora de cumulantes de la distribución normal (Dylewska, 2017).

Con el fin de excluir el impacto de la estructura de cartera, los cálculos a continuación están realizados en nivel de póliza, para determinados parámetros del contrato: un asegurado de edad 40 años, para cada uno de los géneros, una prima mensual de 200 Euros y tres posibles duraciones del contrato: 10, 20 y 30 años. Tal como se ha indicado en el sub-apartado 4.2, para el producto estudiado un impacto más grande sobre nivel de la mejor estimación (BEL) y los requisitos de capital de solvencia (SCR) tiene la duración del contrato, nivel de prima. El género del asegurado, por la razón del pricing unisex, tiene también más impacto que la edad del asegurado.

Para estos determinados casos particulares se ha realizado una simulación estocástica de 10.000 escenarios de liquidación de pólizas en cada uno de los *t* años de duración de contrato, asumiendo una distribución normal de las tasas de liquidaciones de pólizas en cada *t* año, $N(\bar{x}_t, \sigma_t^2)$ donde $\bar{x}_t$ corresponde a un vector de las tasas de caída separados para cada género y para los *t* consecutivos:

Tabla 1. Tasa de caídas de cartera asumida en el cálculo

t	*Tasa de caídas media*	*Tasa de caídas (Hombres)*	*Tasa de caídas (Mujeres)*
1	20,0%	22,2%	17,8%
2	15,0%	16,7%	13,3%
3	10,0%	11,1%	8,9%
4	5,0%	5,6%	4,4%
…	5,0%	5,6%	4,4%
30	5,0%	5,6%	4,4%

y una componente estocástica e_t, dónde:

- el parámetro *t* describe el número del año de póliza, dependiendo de la posible duración *n* del contrato; n $\in \{10; 20; 30\}$ y t $\in [1; 30]$;
- la tasa media de liquidación en el año *t* $(\bar{\mathrm{x}}_\mathrm{t})$ es igual a la tasa de liquidación esperada asumida para el cálculo de la mejor estimación (BEL) en el *profit testing;*
- la varianza de la tasa de liquidación en el año *t* (σ_t^2) es igual *a* $\sigma_t^2 = \frac{\bar{x}_t^2}{k^2}$;
- el parámetro *k* toma valores de números enteros del intervalo [3;5], dependiendo del grupo de escenarios;
- la componente estocástica en el año *t* (e_t) es igual a $\frac{\pm\sqrt{\sigma_t^2}}{2} \cdot u$, con el factor *u* correspondiendo a una distribución uniforme continua en el intervalo [0;1] generada por el programa; los valores de e_t son independientes del tiempo *t* y los incrementos de esta componente son independientes entre sí;
- en ningún caso se permite una tasa de liquidación en el año *t* negativa, repitiendo la simulación;
- si excluimos la componente e_t, dependiendo de si para cada año *t* del escenario *i* los valores de las tasa de liquidación estén generados por la misma función de densidad de probabilidad o por una distinta, se pueden estudiar dos situaciones:

1. Analizar el impacto de una continua subida o una continua bajada cuando las observaciones para los años t y t+1 corresponden a los mismos valores de la función de distribución de probabilidad (resultados presentados en el sub-apartado 4.4);

2. Asumir plena independencia de las observaciones de liquidación anticipada de contratos para cada año t, cuando las observaciones para los años t y t+1 corresponden a distintos valores de la función de distribución de probabilidad (resultados presentados en el sub-apartado 4.5).

Los pasos empleados en generación de las $i \in [1; 10.000]$ simulaciones sobre la variabilidad de las tasas de liquidación en cada año t se resumen en la tabla que se presenta a continuación:

Tabla 2. Pasos en generación de escenarios sobre tasas de liquidación para escenarios que incluyen (4.4) o excluyen (4.5) las continuas subidas/bajadas de la tasa de liquidación

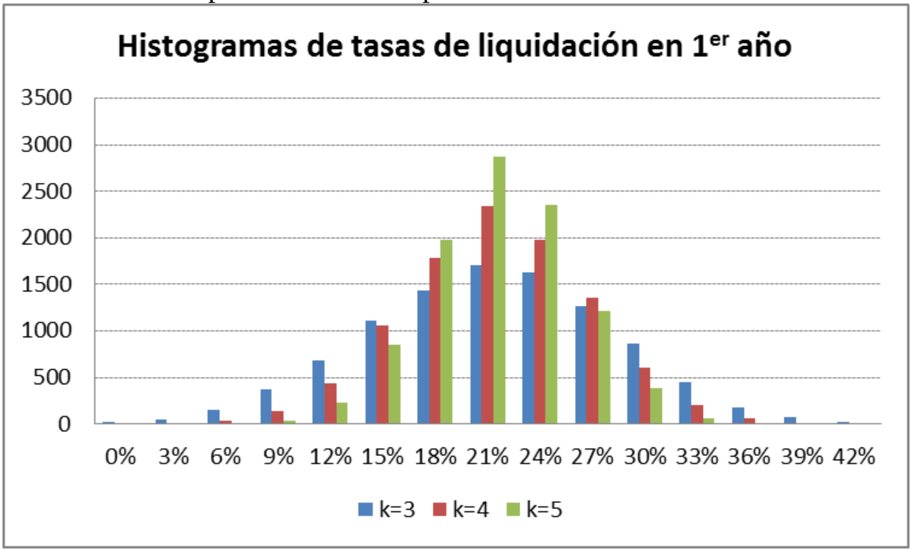
paso (1)	***paso (2)***	***paso (3)***	
para cada i generar de $U(0,1)$ un valor u_i	para cada i, t, $\bar{x}_t$ y σ_t^2 calcular $X_{t,i}$ asumiendo que sigue la distribución normal y que su función de distribución de probabilidad es u_i (del paso 1)	para i, t, valor de (paso 2) incrementar con e_t	incluido impacto de continuas bajadas/subidas + componente estocástico e_t *(sub-apartado 4.4)*
para cada i y cada t generar de $U(0,1)$ un valor u_{it}	para cada i, t, $\bar{x}_t$ y σ_t^2 calcular $X_{t,i}$ asumiendo que sigue la distribución normal y que su función de distribución de probabilidad es u_{it} (del paso 1)		plena independencia de tasas de liquidación entre t y t+1 *(sub-apartado 4.5)*

La diferencia entre los escenarios que incluyen impacto de continuas bajadas/subidas de tasa de caída y plena independencia de estas tasas consiste en el paso (1) cuando en primer caso se mantiene el mismo valor u_i durante todos los años t y en segundo caso – para cada año t se genera un valor u_{it} distinto.

La razón de emplear tres distintos niveles del parámetro k (3, 4 ó 5) es observar la sensibilidad de la solución respecto al nivel de la desviación de las tasas de caídas de cartera. Cuando menor sea el parámetro k, la cola de distribución normal de la tasa de liquidaciones será más ancha, lo que influirá en los parámetros del VaR_α calibrados al 99,50%.

Una ilustración del impacto de los distintos valores del parámetro k sobre la distribución de las tasas de liquidación aparece en el siguiente histograma. La ilustración está preparada en base a los escenarios de continua subida o bajada de las tasas, incluyendo el parámetro estocástico e_t.

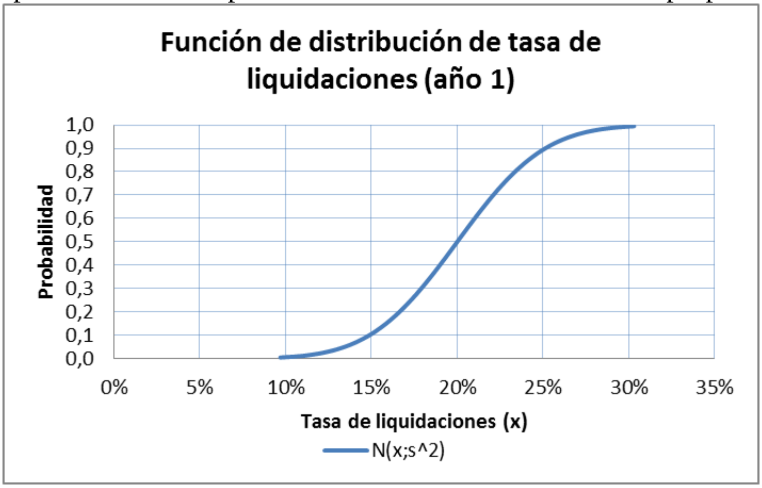
Gráfico 1. Distribución de probabilidad para la tasa de liquidaciones de pólizas durante el primer año del contrato.



Como resultado de la simulación de las anteriores tasas de caída de cartera, se construyen tres tablas de las tasas (para cada k), cada una de 10.000×30 elementos que corresponden a las tasas de liquidación para las posibles $n \in [10; 30]$ duraciones del contrato.

La función de distribución normal de las tasas de liquidación para el primer año de pólizas tiene la siguiente representación gráfica:

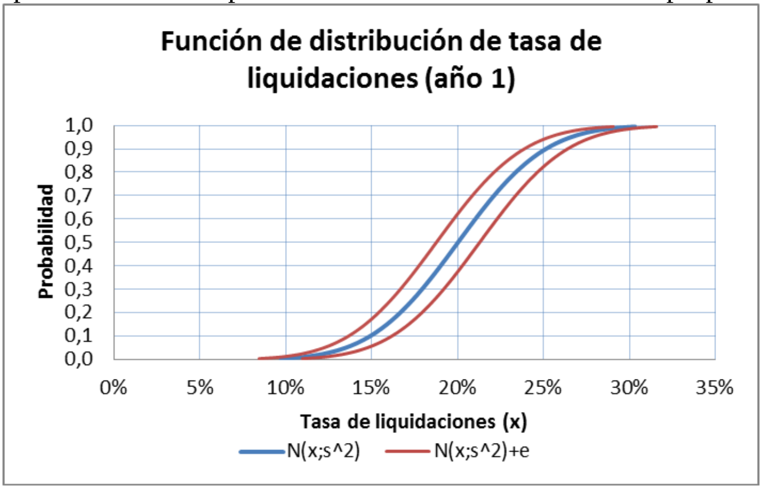
Gráfico 2. Distribución de probabilidad para la tasa de liquidaciones de pólizas durante el primer año del contrato. Elaboración propia.



Fuente: Elaboración propia

La componente estocástica (e_t) asumida para el estudio perturba a la función de distribución simétricamente a la izquierda o a la derecha con un movimiento aleatorio en el intervalo $\left[-\frac{\sqrt{\sigma_t^2}}{2};\frac{\sqrt{\sigma_t^2}}{2}\right]$.

Gráfico 3. Distribución de probabilidad para la tasa de liquidaciones de pólizas durante el primer año del contrato. Elaboración propia.



Fuente: Elaboración propia

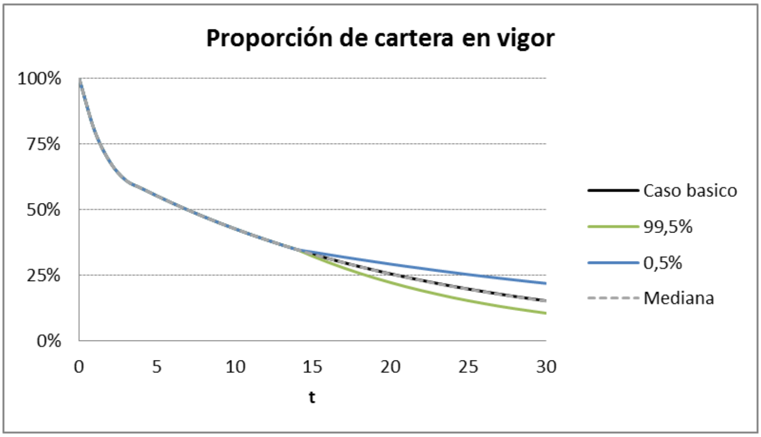
Con el fin de calcular los requisitos de capital de Solvencia II (*SCR*) se realiza el cálculo de la mejor estimación bajo escenarios estocásticos (BEL_{stoc}) para 18=2×3×3 casos, es decir, para cada k=3 parámetros, el asegurado de edad 40, con una prima mensual de 200 euros, dos géneros y la duración del contrato de 10, 20 y 30 años.

Similarmente al caso del cálculo de los requisitos de capital mediante la fórmula estándar, el cálculo de la mejor estimación bajo escenarios estocásticos (BEL_{stoc}) para cada t año se realiza asumiendo que las tasas de liquidación correspondientes al pasado son las tasas de liquidación medias ($\bar{x}_t$) asumidas para el cálculo de la mejor estimación. Los escenarios estocásticos corresponden por lo tanto solamente al futuro de la proyección.

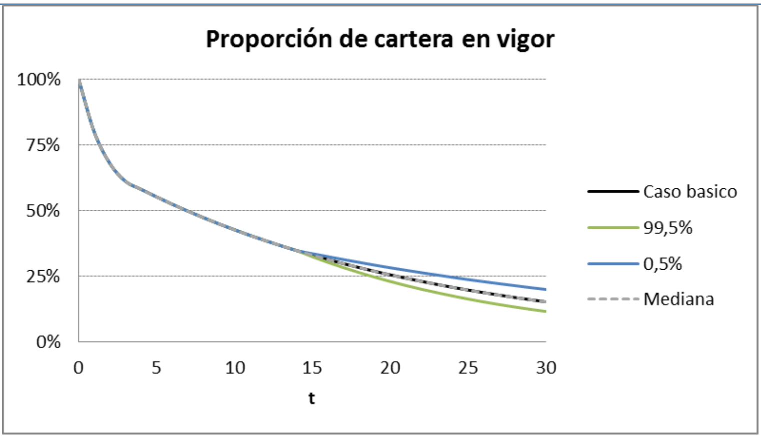
Los gráficos que se muestran a continuación permiten observar la posible proyección de la proporción de cartera en vigor respecto a los contratos de duración de 30 años, desde la perspectiva del 15º año del contrato, para tres posibles niveles del parámetro k:

Gráfico 4. Proyección de la proporción de cartera en vigor desde el 15º año, para distntos valores del parámetro k

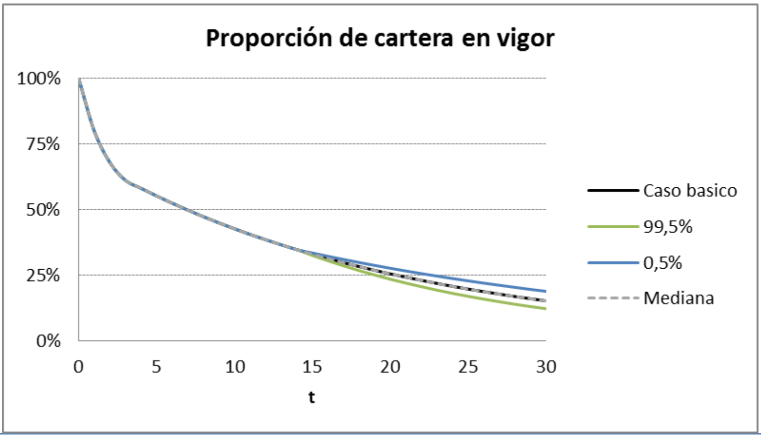
k=3



k=4



k=5



Fuente: Elaboración propia

Se comprueba que la mediana de las proyecciones corresponde a los supuestos asumidos en el cálculo de la mejor estimación, es decir, a $\bar{x}_t$. Cuando mayor es el parámetro *k*, las líneas de 0,5 y 99,5 percentiles de la proyección se alejan menos de la mediana.

Se observa además que las proyecciones de 99,5% percentiles se alejan en la siguiente proporción desde los valores medios $\bar{x}_t$:

Tabla 3. Proyecciones de 99,5% percentiles para distintos valores de k (escenarios de continua bajada o subida de tasas de caída)

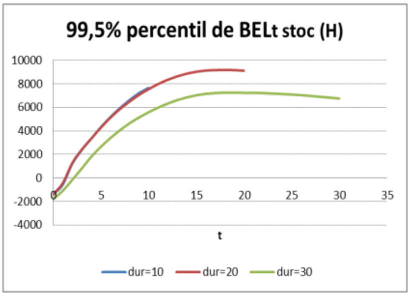
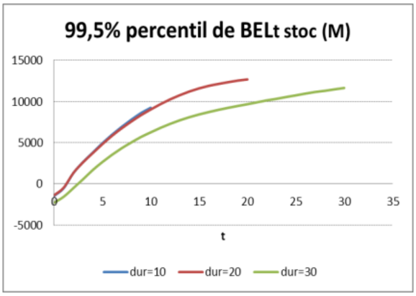
k=3	89% de $\bar{x}_t$
k=4	67% de $\bar{x}_t$
k=5	53% de $\bar{x}_t$

En uno de los documentos técnicos (EIOPA, 2014), EIOPA proporciona la información de que la fórmula estándar fue calibrada en base de un estudio realizado para el mercado británico de seguros de vida por British FSA, que muestreaba la distribución simétrica de la tasa de liquidaciones. El estudio británico no cubría los escenarios de continua subida ni de continua bajada. Se menciona también un estudio del mercado de seguros de vida polaco que indica que los 99,5-percentiles de las tasas de liquidación anuales varían respecto a la tasa media entre un 60% y un 100% para los escenarios de subida y entre un 60% y un 90% para los escenarios de bajada de las tasas de liquidación.

4.4 Modelización estocástica de provisiones técnicas: cálculo del SCR bajo escenarios de continua subida o bajada de las tasas de liquidación

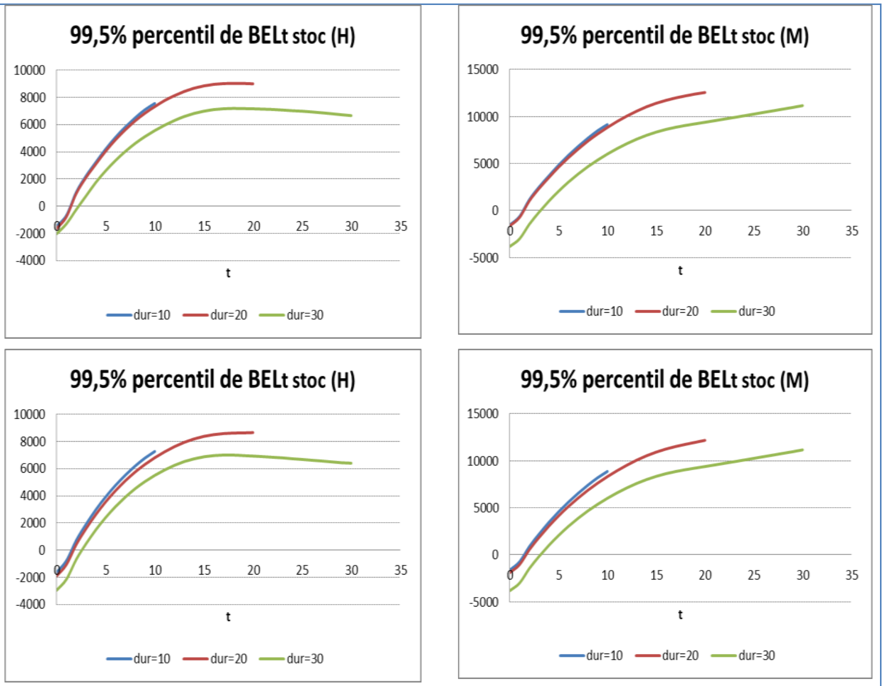
A continuación se proporcionan los resultados de una comparación de los 99,5-percentiles del BEL calculados para los escenarios estocásticos de las tasas de liquidación, analizados según los niveles del parámetro *k*, la duración del contrato y el género:

Gráfico 5. Comparación de valores de 99,5 percentil de BELt

<table>
<tr><th colspan="3">Comparación de valores de 99,5 percentil de BEL_t</th></tr>
<tr><th>k</th><th>Hombre</th><th>Mujer</th></tr>
<tr><td>k = 3</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

$k = 4$

$k = 5$



Se observa que los valores de BEL_{stoc} calculados para duraciones de 10 y 20 años tienen valores muy parecidos (durante el periodo de 10 años) y se alejan de los valores de BEL_{stoc} calculados para los contratos de 30 años. Esta observación se confirma para todos los niveles de k. En el caso de los hombres, los valores de BEL_{stoc} para los contratos de duración 30 años disminuyen, a causa de una tasa de liquidación 20% más alta respecto a la media y de una más baja probabilidad de supervivencia, lo que resulta en un valor esperado de pagos por supervivencia más bajo. Aunque los valores del BEL_{stoc} son distintos para los contratos de hombres y mujeres, no se observan otras diferencias en la tendencia del BEL_{stoc} entre hombres y mujeres.

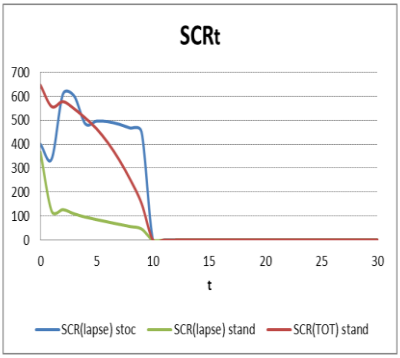
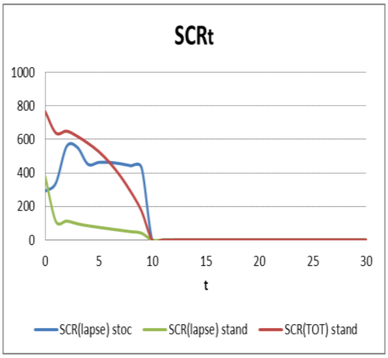
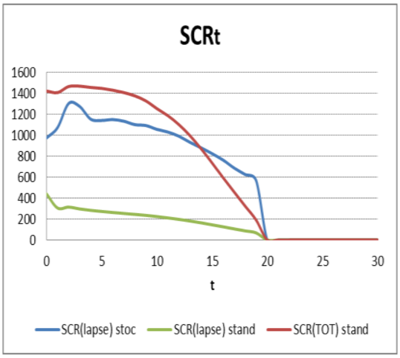
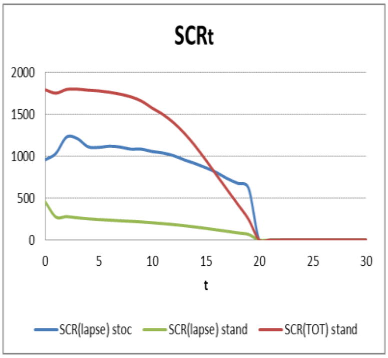
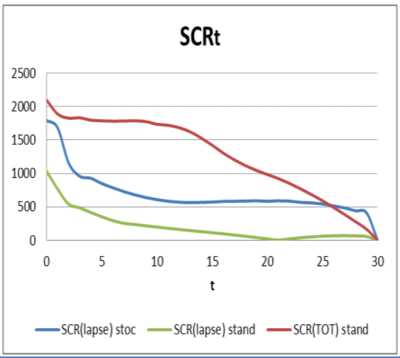
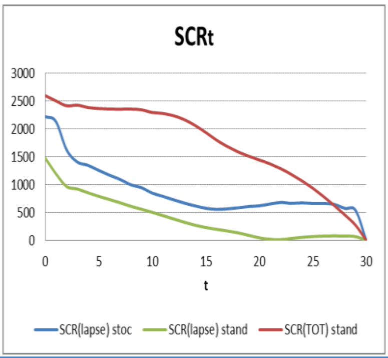
En base a los valores de la mejor estimación calculados mediante los escenarios estocásticos (BEL_{stoc}), se calcula el valor de los requisitos de capital como la diferencia entre el BEL_t y el 99,5-percentil del valor de BEL_{tstoc} para cada año t:

$$SCR_t = 99{,}5\ percentil\ BEL_{tstoc} - BEL_t$$

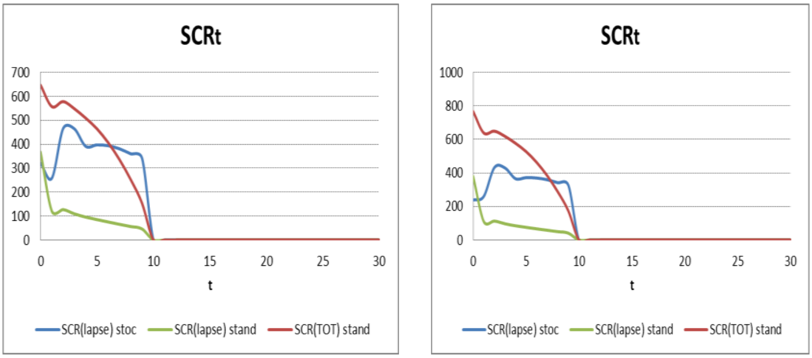
Los siguientes gráficos proporcionan una ilustración de la comparación de los valores del SCR calculados mediante la fórmula estándar (SCR(lapse)stand para el riesgo de caídas de cartera y SCR(TOT) stand para el SCR total) y con los escenarios estocásticos (SCR(lapse)stoc para el riesgo de caídas de cartera) para distintos valores de *k*:

Gráfico 6. Comparación de valores del SCR

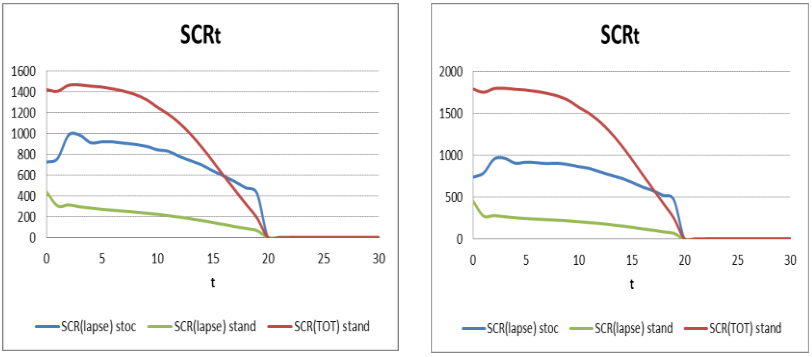
Comparación de valores de SCR_t

k | *dur*	*Hombre*	*Mujer*
k=3 | 10 años		
k=3 | 20 años		
k=3 | 30 años		

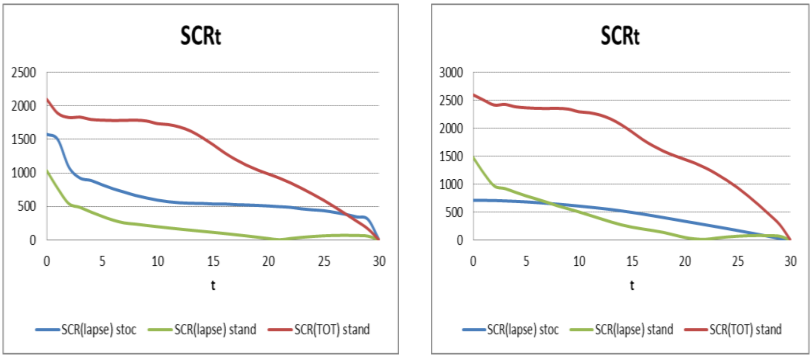
k=4 | 10 años



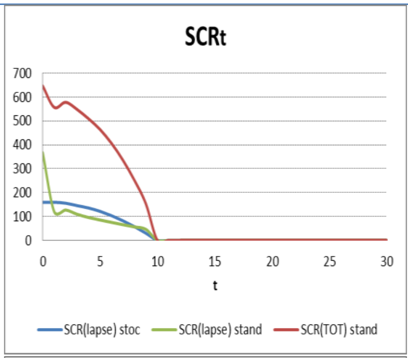
k=4 | 20 años

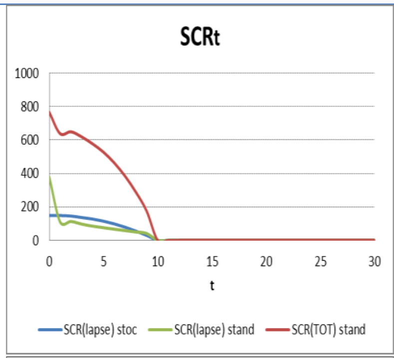


k=4 | 30 años

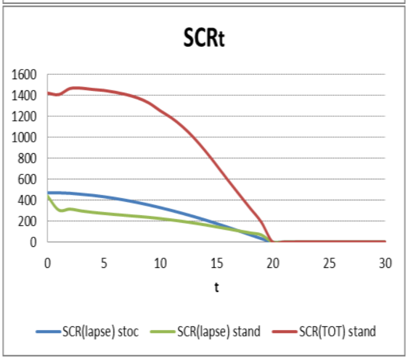


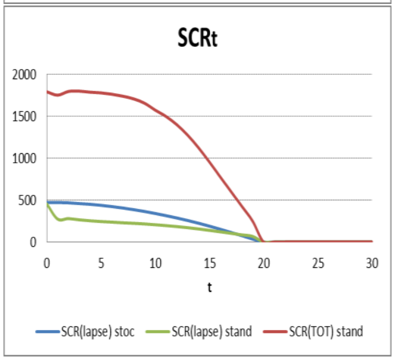
k=5 | 10 años



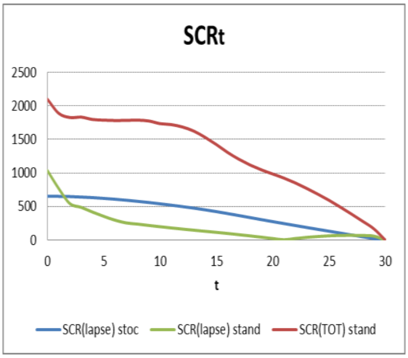


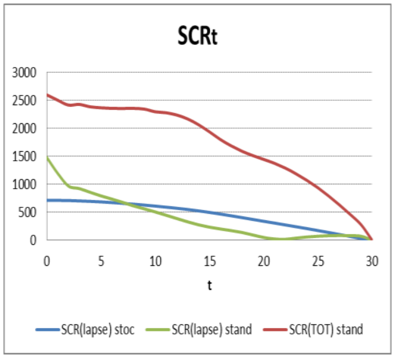
k=5 | 20 años





k=5 | 30 años





Se observa que los valores de *SCR* calculados mediante los escenarios estocásticos suponen un mayor valor de requisitos de capital de solvencia que los calculados mediante la fórmula estándar. Esta observación es válida para todas las duraciones y niveles de *k*, aunque:

- es más pronunciada para los niveles menores de *k* por razón de la mayor variabilidad de las tasas, y en consecuencia la cola de distribución es más ancha; en algunos casos los requisitos de capital por el riesgo de caídas de cartera pueden superar incluso al *SCR* total;
- la diferencia entre el *SCR* calculado mediante los escenarios estocásticos y la formula estándar es mayor en el caso de los contratos de duración 10 y 20 años que en el caso de los contratos de duración 30 años; esto se refiere sobre todo al inicio de la proyección;
- la consideración de los escenarios de continua subida o continua bajada incrementa enormemente los requisitos de capital de solvencia (*SCR*) para un Var_{α} de 99,5%. Por lo tanto, para medir el impacto, a continuación se repite el análisis para los escenarios sobre las tasas de liquidación anticipada que presentan independencia de las observaciones entre *t* y *t*+1 (sub-apartado 4.5).

4.5 Modelización estocástica de provisiones técnicas: cálculo del SCR bajo escenarios de independencia de las tasas de liquidación

De forma similar a lo explicado anteriormente, se simulan un total de 10.000 escenarios sobre valores de tasas de liquidación de contratos (tasa de caídas de cartera) en cada año *t*. La diferencia con el análisis previo consiste en que ahora se permite variar a los valores de la función de densidad de probabilidad para las realizaciones de los años *t* y *t*+1. Los valores de la función de densidad de probabilidad están generados por el programa *Microsoft Excel* en base a la distribución uniforme estándar $U(0,1)$ y dados $\bar{x}_t$ y σ_t^2, que corresponden a las mismas hipótesis que las utilizadas para el cálculo de la mejor estimación (*BEL*). Se excluye la componente estocástica e_t (descrita en 5.2) dado que la función de densidad de probabilidad empleada para cada realización está descrita por un proceso estocástico.

A causa de la exclusión de la componente e_t, se observa que las proyecciones de los 99,5%-percentiles han disminuido, y se alejan en la siguiente proporción de sus valores medios $\bar{x}_t$:

Tabla 4. Proyecciones de 99,5% percentiles para distintos valores de k (escenarios de plena independencia de las tasas de caída)

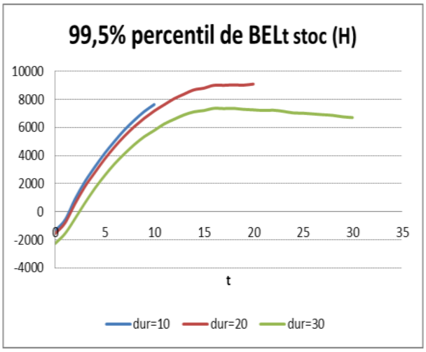
k=3	86% de $\bar{x}_t$ *(previamente 89%)*
k=4	64% de $\bar{x}_t$ *(previamente 67%)*
k=5	51% de $\bar{x}_t$ *(previamente 53%)*

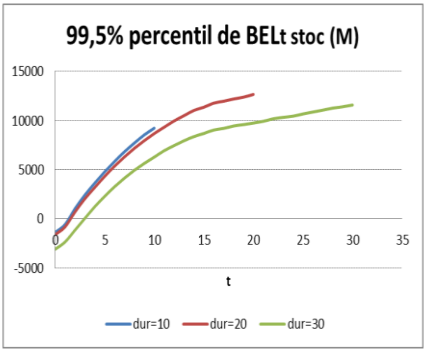
Se presenta a continuación una comparación de los valores de los 99,5-percentiles de *BEL* calculados para los escenarios estocásticos de las tasas de liquidación obtenidos para los diferentes niveles analizados del parámetro *k*, la duración del contrato y el género:

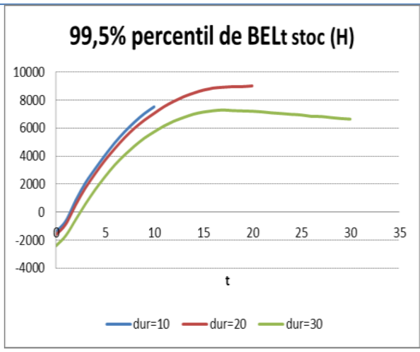
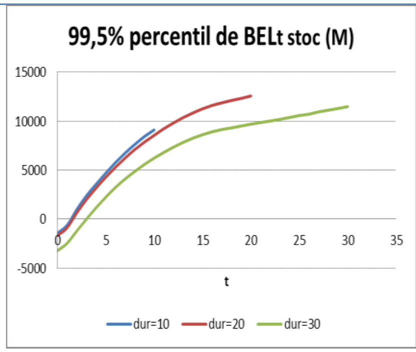
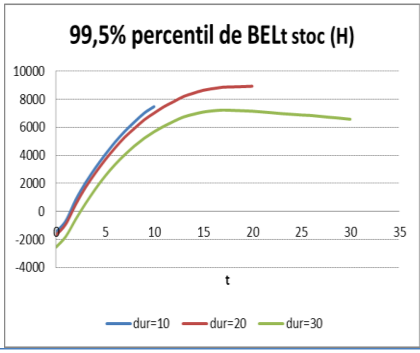
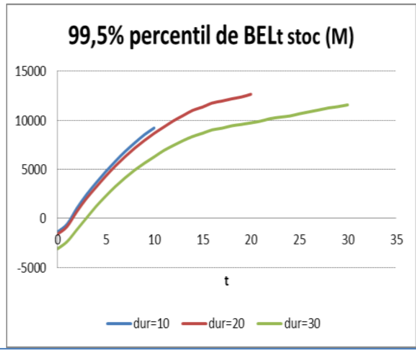
Gráfico 7. Comparación de valores de SCR

Comparación de valores de 99,5 percentil de BEL_t

k	*Hombre*	*Mujer*
k = *3*		





$k = 4$		
$k = 5$		

Los siguientes gráficos muestran la comparación de los valores del *SCR* calculados mediante la fórmula estándar y con el uso de los escenarios estocásticos para los distintos valores de *k*:

Gráfico 8. Comparación de valores de SCR

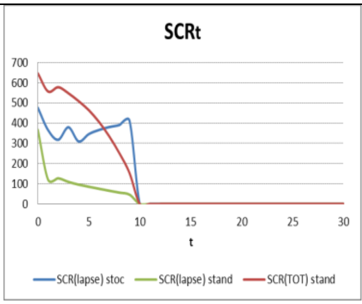
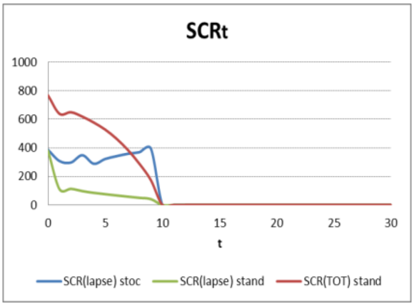
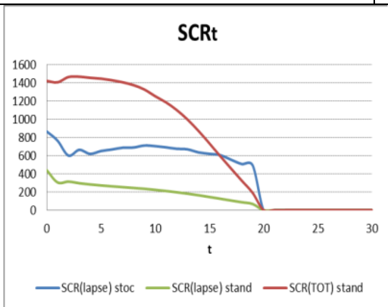
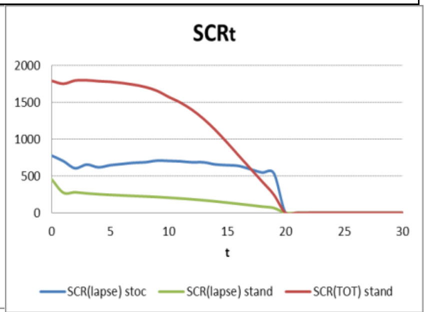
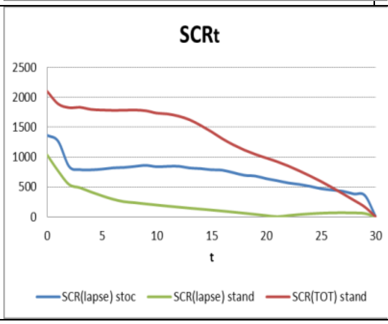
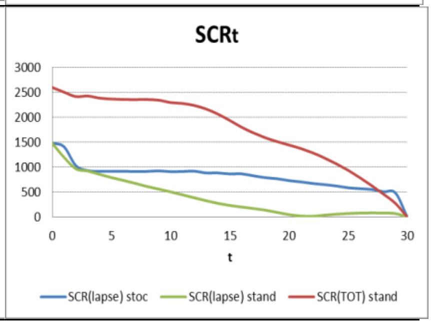
<table>
<tr><td colspan="3">Comparación de valores de SCR_t</td></tr>
<tr><td>k | dur</td><td>Hombre</td><td>Mujer</td></tr>
<tr><td>k=3 | 10 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=3 | 20 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=3 | 30 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Gráfico 8. Comparación de valores de SCR (cont.)

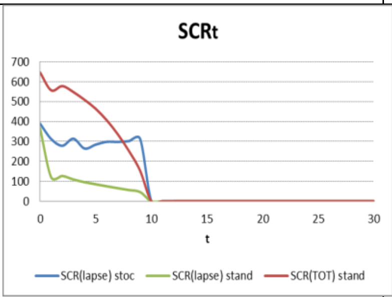
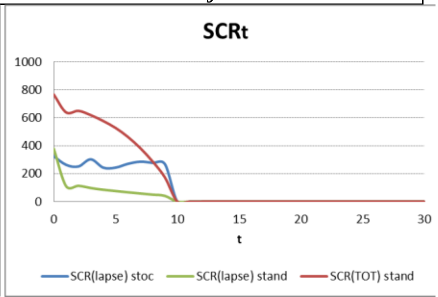
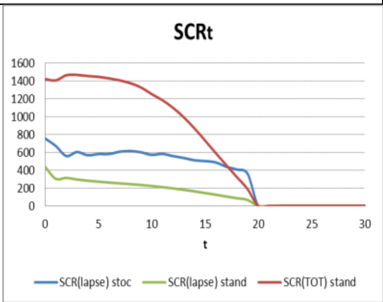
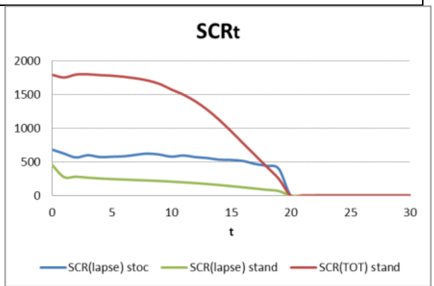
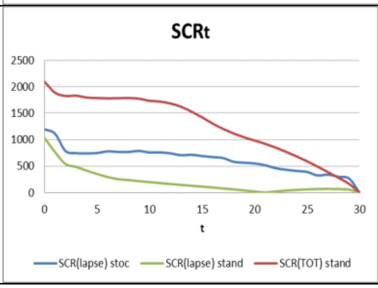
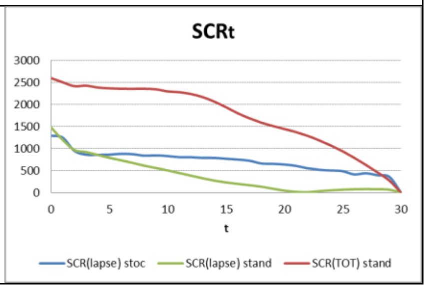
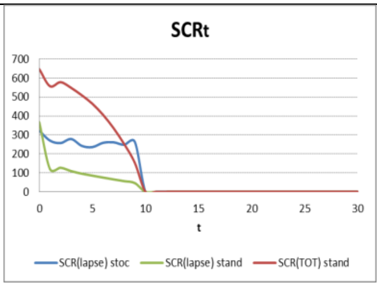
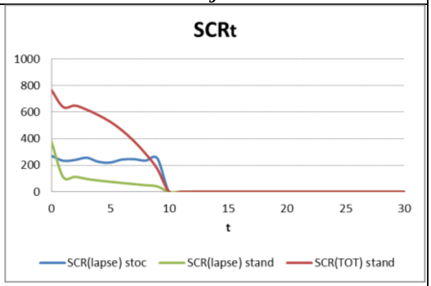
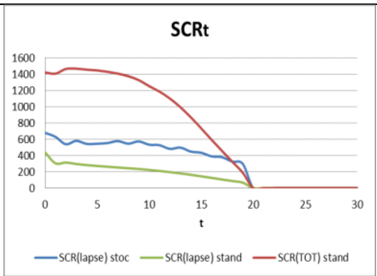
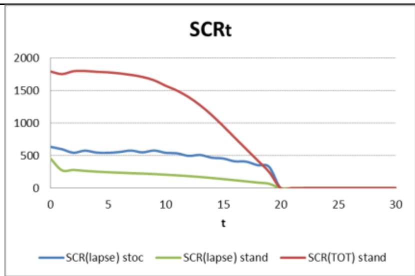
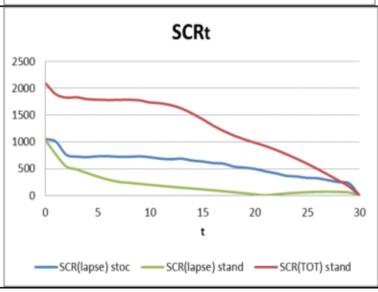
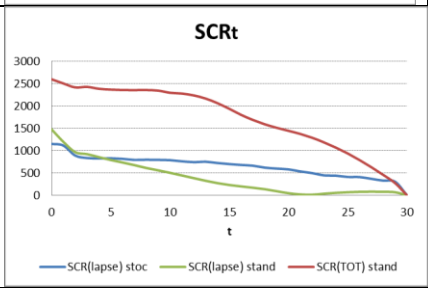
<table>
<tr><th colspan="3">Comparación de valores de SCR_t</th></tr>
<tr><th>k | dur</th><th>Hombre</th><th>Mujer</th></tr>
<tr><td>k=4 | 10 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=4 | 20 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=4 | 30 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Gráfico 8. Comparación de valores de SCR (cont.)

<table>
<tr><td colspan="3">Comparación de valores de SCR_t</td></tr>
<tr><td>k | dur</td><td>Hombre</td><td>Mujer</td></tr>
<tr><td>k=5 | 10 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=5 | 20 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=5 | 30 años</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Se observa que aunque los requisitos de capital de solvencia (*SCR*) calculados en el sub-apartado 4.5 (para tasas de liquidaciones plenamente independientes para los años *t* y *t*+1 y excluyendo la componente estocástica e_t) pueden variar respecto a los requisitos de capital de solvencia calculados en el sub-apartado 4.4 (escenarios de continua subida o bajada de las tasas de liquidaciones), todas las relaciones de los *SCR* para los diferentes valores de las duraciones del contrato, del género y del coeficiente *k* siguen válidas. Los requisitos de capital de solvencia asumidos en la fórmula estándar son mucho más bajos que los calculados con el uso de escenarios estocásticos y calibrados para el 99,5-percentil de *BEL*. Esto indica la gran importancia del riesgo de caídas de cartera sobre el nivel de requisitos de capital de solvencia y en consecuencia, también sobre la rentabilidad de un producto de seguro de vida.

5. Implicaciones de los resultados de la modelización estocástica de tasas de caída

Una desviación de las tasas de caída de cartera respecto a las hipótesis iniciales supone un problema para la valoración de los pasivos, y en consecuencia pone en riesgo el beneficio esperado de un producto de seguro. En general, durante los primeros años el riesgo de caída de cartera se relaciona con tasas de liquidación superiores a las esperadas, porque la suma de las primas devengadas no suele cubrir los gastos iniciales de la póliza tales como los costes de adquisición (como el coste de las pruebas médicas, el coste del desarrollo de producto o la remuneración de terceros). Durante la vida del contrato, cualquier incremento de la variabilidad respecto a las expectativas puede suponer un problema: tanto el incremento de las tasas de caída, cuando el pago por liquidación anticipada (valor de póliza) supera el valor de las provisiones técnicas, como la disminución de las tasas de caída respecto a las expectativas, si los costes que se cobran al cliente por liquidación anticipada del contrato, suponen una fuente de beneficio importante para mantener el producto rentable. Durante los últimos años de la vida del contrato de seguro con un beneficio de supervivencia, el mayor impacto en los pasivos suele estar asociado con tasas de liquidación inferiores a las esperadas, debido a la necesidad del pago de un beneficio de supervivencia superior al esperado.

La fórmula estándar de Solvencia II en el componente de riesgo de caídas de cartera dentro del sub-módulo de riesgo de suscripción de vida, considera la más perjudicial de las tres siguientes situaciones: un aumento permanente de las tasas de caída en un 50%, una disminución permanente de las tasas de rescate en un 50% o una disminución de un 20% y un rescate masivo de 40% en un año *t*. En el caso de los productos con seguro de vida y supervivencia (como el producto estudiado), los escenarios de rescate masivo o de aumento permanente de las tasas de caída suelen ser los más dañosos al principio de la proyección mientras que los escenarios de disminución permanente suelen tener más impacto en los últimos años de la proyección.

La fórmula estándar asume que los aumentos o disminuciones permanentes de la tasa de caída aparecen desde un año *t* hasta el final de la proyección. Si esto ocurre en la realidad, después de un año o unos pocos años consecutivos una compañía aseguradora va a actualizar sus hipótesis sobre las tasas de caída de cartera por lo que el valor de la mejor estimación (*BEL*) corresponderá a las expectativas actuales, el margen de riesgo va a cambiar proporcionalmente a la mejor estimación y el nuevo capital de solvencia (*SCR*) va a considerar la variabilidad de una nueva hipótesis. La fórmula estándar está pensada para el horizonte de 1 año y es importante recordar que las proyecciones de requisitos de capital para los periodos *t* consecutivos ya no reflejan el nivel de requisitos de capital de solvencia necesarios para poder enfrentar las obligaciones con el mismo nivel de seguridad.

En este estudio han sido analizados dos enfoques sobre modelización de las tasas de caída de cartera:

- los escenarios que asumen la misma dirección de cambio permanente (un aumento o descenso permanente – 6.1) y una componente estocástica de menor fuerza (alejando la observación del 99,5-percentil un 2-3% de la media)
- los escenarios que permiten plena independencia de las observaciones (6.2).

Los dos enfoques asumían una distribución simétrica y normal de las tasas de caída de cartera. Aun así, los dos métodos han indicado que para el producto estudiado, los requisitos de capital de solvencia estimados mediante la fórmula estándar pueden no ser suficientes.

Respecto a las diferencias entre los resultados de los dos enfoques, la tabla mostrada a continuación resume la diferencia media entre los requisitos de capital de solvencia estimados mediante los escenarios de un descenso permanente y una plena independencia de las tasas:

Tabla 5. Diferencia media entre los requisitos de capital de solvencia estimados mediante los escenarios de un descenso permanente y una plena independencia de las tasas

k | t	0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30
3	50%	28%	6%	3%	7%	15%
4	25%	19%	5%	-6%	-25%	-31%
5	-29%	-40%	-38%	-39%	-55%	-78%

La tabla destaca que las mayores diferencias se observan en el primer o el último periodo (los primeros o los últimos 5 años) del contrato. Dependiendo de nivel de variabilidad (*k*), los resultados de un método pueden proporcionar unos requisitos de capital más altos que el otro. Parece que cuando la variabilidad decrece, los escenarios de continua bajada o subida pueden proporcionar unos requisitos de capital incluso más pequeños. Sin embargo, la confirmación de esta observación requiere un estudio más profundo.

Por último, aunque la formula estándar asume que no existe correlación entre el riesgo de caídas de cartera y el riesgo de mortalidad o el riesgo de morbilidad (coeficiente de correlación igual a 0), esto no necesariamente es cierto. Un incremento de la tasa de caída de cartera implica una disminución de pagos por mortalidad o morbilidad porque una parte mayor de la cartera ya no está en vigor. Para los casos particulares observados en el apartado anterior, los requisitos de capital por morbilidad o mortalidad formaban hasta un 20% del total de los requisitos de capital del sub-módulo de suscripción de vida. Al nivel del sub-módulo, una parte de estos capitales de solvencia puede servir para cubrir las necesidades de capital total.

6. Conclusiones finales

El objetivo inicial de la construcción de un modelo parcial de solvencia para el riesgo de caídas de cartera fue optimizar los requisitos de capital de solvencia. Sin embargo, el estudio revela que la formula estándar puede ser demasiado onerosa para los productos similares al producto estudiado, es decir, productos de larga duración con un importante beneficio de supervivencia y altos costes iniciales. Esta observación se refiere a un producto particular. Aun así, dado el nivel de escasez de los requisitos de capital indicado por el modelo parcial y una bastante común estructura de los productos de seguro de vida y supervivencia en el mercado, parece bastante probable que los requisitos de capital por el riesgo de caídas de cartera vienen subestimados por la fórmula estándar también en el caso de varios otros productos del mercado.

Desde la perspectiva de producto esto implica una gran importancia del riesgo de las tasas de caída de cartera sobre el valor de los pasivos, la solvencia y el beneficio para el accionista. En el nivel de desarrollo de productos parece muy importante hacer todo lo posible para disminuir las tasas de liquidación en los primeros años de contrato. En el caso de los productos que asumen un beneficio de supervivencia y un pago del valor de la póliza en caso de rescate, se debe evitar la situación en la que el incremento de las tasas de caídas supone la mayor pérdida (valor de rescate por encima del valor de las provisiones técnicas), y también evitar la situación en la que la disminución de la tasa de rescates supone la mayor pérdida (a causa de los altos costes de liquidación que suponen un beneficio para el producto). Por último, se deben controlar las tasas de liquidación durante la vida de los contratos.

Referencias

Cantle N., Clark D., Kent J. y H. Verheugen (2012). *A brief overview of current approaches to operational risk under Solvency II*. Milliman White Paper.

CEIOPS (2010). *CEIOPS' advice for Level 2 implementing measures on Solvency II: Partial internal models*. Former Consultation Paper 65.

Clarke S., Mitchell S. y E. Phelan E (2014). *Capital management in a Solvency II world*, Milliman Research Report.

Dickson, D. C., Hardy, M. R. y H. R. Waters (2013). *Actuarial mathematics for life contingent risks*. Cambridge University Press.

Dylewska, E. (2017). *Modelización estocástica de los flujos de caja bajo la normativa de Solvencia II para un seguro de vida de larga duración*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid.

Dylewska, E. y M. P. Galindo Villardón (2012). Construcción de tablas de vida dinámicas para uno o dos sexos. *Pecunia: Revista de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de León* 1, 165-178.

EIOPA (2014). *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation*. EIOPA-14-322. https://eiopa.europa.eu

Koller, M. (2011). *Life insurance risk management essentials*. Springer Science & Business Media.

Koller, M. (2012). *Stochastic models in life insurance*. Springer Science & Business Media.

Kriele, M., y J. Wolf (2014). *Value-oriented risk management of insurance companies*. Springer Science & Business Media.

Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de Octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del Parlamento

Europeo y del Consejo sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).

Ward R., Cocke M. y R. Osman (2013). *Living with Solvency II: An economic capital perspective from recent history*. Milliman Research Report.

Willis Towers Watson (2016). *Internal models – market practice and approaches in Europe*. Warsaw Actuarial Summer School 2016.