

EXPECTED RETURN ON LIFE INSURANCE: ACTUARIAL ANALYSIS OF THE METHODOLOGY FOR CALCULATION CONSIDERING THE MINISTERIAL DECREE ECC/2329/2014, OF DECEMBER 12th

RENTABILIDAD ESPERADA EN SEGUROS DE VIDA: ANÁLISIS ACTUARIAL DE LA METODOLOGÍA DE CÁLCULO A LA LUZ DE LA ORDEN ECC/2329/2014, DE 12 DE DICIEMBRE

Rafael Moreno Ruiz ^{1*}, Eduardo Trigo Martínez ¹, Olga Gómez Pérez-Cacho ¹, Rubén Nicolás Escobar López ²

Abstract

Law 1/2013 introduced in our legal framework the obligation to report on the expected rate of return in those life insurance types where consumer doesn't take investment risk. Ministerial Decree ECC/2329/2014 has regulated certain aspects like the life insurance types which are exempted or the methodology that has to be used to calculate expected rate of return.

Rate of return of a life insurance contract is a random variable. Expected rate of return can be calculated through two approaches which are developed in this work both from a theoretic perspective –model construction- and from a practical one (application to cases).

Keywords: expected yield; life insurance; actuarial methodology.

Resumen

La Ley 1/2013, de 14 de mayo introdujo en nuestro ordenamiento la obligación de informar de la rentabilidad esperada de la operación en aquellas modalidades de seguro de vida en las que el tomador no asuma el riesgo de la inversión, si bien fue en la Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, en la que fueron regulados diferentes aspectos como las modalidades concretas excluidas o la metodología de cálculo a emplear.

¹ Departamento de Finanzas y Contabilidad de la Universidad de Málaga. Plaza de El Ejido s/n. Málaga. España.

² Consultor Actuarial en Milliman Consultants & Actuaries.

*Autor para correspondencia (moreno@uma.es)

La rentabilidad de una operación de seguro de vida es una variable aleatoria, y el cálculo de la rentabilidad esperada puede abordarse por medio de dos enfoques o métodos, los cuales son desarrollados en este trabajo tanto desde el punto de vista teórico –construcción del modelo- como desde el punto de vista práctico (aplicación a ejemplos).

Palabras Clave: rentabilidad esperada; seguros de vida; metodología actuarial.

1. La obligación de informar de la rentabilidad esperada en determinadas modalidades de seguro de vida

El Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, por el que se aprobó el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros privados, estableció en su artículo 105 el deber de las entidades aseguradoras de aportar información específica o particular en el caso de los seguros de vida, pero no hizo referencia alguna a la rentabilidad esperada de las operaciones.

Por su parte, el Real Decreto Legislativo 6/2004, de 29 de octubre, por el que se aprobó el Texto Refundido de la Ley de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados, estableció, en el apartado 3º de su artículo 60, que “[...] *en los seguros de vida en que el tomador asume el riesgo de la inversión se informará de forma clara y precisa acerca de que el importe que se va a percibir depende de fluctuaciones en los mercados financieros, ajenos al control del asegurador y cuyos resultados históricos no son indicadores de resultados futuros*”. Como puede observarse, el deber de información alcanzaba a aquellas pólizas en las que el tomador asumiera riesgos.

Posteriormente, la Ley 1/2013, de 14 de mayo, de medidas para reforzar la protección a los deudores hipotecarios, reestructuración de deuda y alquiler social, en su disposición adicional segunda, modifica el artículo mencionado, añadiéndose este párrafo al apartado 3º:

“En aquellas modalidades de seguro de vida en las que el tomador no asuma el riesgo de la inversión se informará de la rentabilidad esperada de la operación, considerando todos los costes. Las modalidades a las que resulta aplicable así como la metodología de cálculo de la rentabilidad esperada se determinarán reglamentariamente”.

El artículo 3 del Real Decreto 681/2014, de 1 agosto, por el que se modificó el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados, introdujo en el artículo 105 del Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, el siguiente apartado adicional:

“m) La rentabilidad esperada en aquellas modalidades de seguro de vida en las que el tomador no asuma el riesgo de la inversión y haya que dotar provisión matemática, con las exclusiones que determine el Ministro de Economía y Competitividad por existir un componente principal de riesgo biométrico. La rentabilidad esperada de la operación de seguro es el tipo de interés anual que iguala los valores actuales de las prestaciones esperadas que se puedan percibir en la operación por todos los conceptos y los pagos esperados de prima. Mediante orden ministerial se regulará el mecanismo de cálculo de esta rentabilidad esperada, considerando al menos los factores del período al que afecta la garantía, las tablas biométricas, el pago de primas futuras o la posible existencia de participación en beneficios. El tomador de seguro podrá solicitar a la entidad aseguradora el detalle del cálculo de la rentabilidad esperada debiendo ser entregado por ésta en un plazo máximo de 10 días. La información facilitada debe ser completa y fácilmente comprensible para el tomador de seguro. Se habilita a la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones para que mediante resolución pueda precisar las operaciones de seguros de vida que tengan un alto grado de componente biométrico que se excluyan de la obligación de información de la rentabilidad esperada”.

Finalmente se publica la Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, por la que se regula el cálculo de la rentabilidad esperada de las operaciones de seguro de vida –en adelante, por brevedad, la Orden-, en cuyo artículo 3 se establece las modalidades de seguros de vida que quedan excluidas del deber de informar sobre la rentabilidad esperada de la operación (pese a que en las mismas el asegurado y/o tomador no asuma el riesgo de la inversión y haya que constituir provisión matemática):

- Los seguros temporales que incluyan únicamente las coberturas de fallecimiento y/o invalidez u otras garantías complementarias de riesgo.
- Las rentas vitalicias y temporales sin contraseguro.

2. Marco conceptual y metodológico de la rentabilidad de una operación de seguro de vida

2.1 Introducción

La rentabilidad de una operación financiera puede definirse como aquel tanto o tipo de interés para el que se satisface la equivalencia financiera entre las aportaciones que desembolsa el inversor y los capitales que recibe a cambio (de Pablo López, 2002; González Catalá, 1992).

Así, en una operación de seguro de vida, la rentabilidad es el tanto al que se igualan el valor actual de las primas que satisface el inversor –tomador o asegurado- y el valor actual de las prestaciones que el beneficiario recibe a cambio:

$$VAP = VAPR \rightarrow i_e \quad (1)$$

Donde:

- $VAPR$ representa el valor actual de las primas a abonar por las coberturas contratadas.
- VAP representa el valor actual de las prestaciones a percibir por las coberturas contratadas.
- i_e representa la rentabilidad de la operación.

Las operaciones de seguro de vida son operaciones financiero-aleatorias porque no es posible conocer a priori alguna o algunas de las siguientes magnitudes, por estar asociadas a la muerte o la supervivencia del asegurado:

- 1) La cuantía total de la prestación o prestaciones garantizadas.
 - En los seguros de rentas se desconoce el número total de flujos que se percibirán.
 - En los seguros de vida para caso de fallecimiento, cuando el capital asegurado varía en cada periodo, se desconoce a priori la cuantía del capital que se percibirá.

- 2) Si finalmente se pagará o no la prestación (incluso aún conociéndose la cuantía total de la misma). La no percepción por el beneficiario de prestación alguna puede darse tanto en un seguro temporal, en el caso de que el asegurado llegue con vida al vencimiento de la póliza, como en un seguro de capital diferido, si el asegurado fallece antes del vencimiento.
- 3) En los seguros para caso de fallecimiento, tanto vitalicios o vida entera como temporales, el momento en el que, en su caso, tendrá lugar el pago de la prestación. Ello ocurre incluso aunque se conozca a priori la cuantía total de la prestación y, si se tratase de seguros vida entera, aún sabiendo con certeza que se pagará dicha prestación.
- 4) La cuantía total de las primas a satisfacer, en los casos en los que el precio del seguro sea abonado por medio de primas periódicas.

Cuando alguna de estas magnitudes es aleatoria, no resulta posible determinar en términos de certeza el valor actual de la prestación garantizada y, cuando el seguro se contrate a prima periódica, el de las primas, por lo que la rentabilidad de la operación (i_e) también es aleatoria.

Concretamente, cada combinación posible de las magnitudes que se han indicado da lugar a unos valores actuales determinados de las prestaciones y de las primas, implicando, por tanto, un valor distinto de la variable aleatoria rentabilidad de la operación.

Por consiguiente, la valoración y el análisis de estas operaciones requieren el empleo de métodos estocásticos.

El cálculo de la rentabilidad esperada de una operación de seguro de vida puede abordarse por medio de dos enfoques o métodos:

- Obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad y, a partir de la misma, su esperanza matemática.
- Determinar el tanto o tipo de interés al que se igualan el valor actual medio esperado de las prestaciones y el valor actual medio esperado de las primas (esto es, las esperanzas matemáticas de dichos valores actuales, también denominadas habitualmente valores actuales actuariales).

Ambos métodos son de naturaleza estocástica y sus respectivas bases se exponen en los dos epígrafes siguientes.

2.2 La rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad de la operación

Dada la naturaleza aleatoria de la variable rentabilidad de la operación, el método que, conceptual y metodológicamente, resulta más natural consiste en la determinación de la esperanza matemática de la variable aleatoria rentabilidad de la operación para el inversor.

Conviene advertir que, si bien cuando se calcula la prima comercial del producto también se opera sobre la equivalencia entre primas y prestaciones –y gastos- y el importe de la misma puede obtenerse a partir de las esperanzas matemáticas de los valores actuales de dichas magnitudes (Moreno Ruiz *et al.*, 2005) ello no resulta posible para la determinación de la esperanza matemática de la variable aleatoria rentabilidad de la operación, sino que se hace preciso obtener cada uno de los valores posibles de la misma y su probabilidad asociada (es decir, su distribución de probabilidad, que es de tipo discreto).

Cada uno de los valores posibles de la variable aleatoria rentabilidad de la operación será aquel tipo de interés para el cual se igualan los valores actuales de las prestaciones y de las primas correspondientes a una combinación determinada de las magnitudes aleatorias que se han indicado en el epígrafe anterior:

$$VAP = VAPR \rightarrow i_{e,k}$$

Siendo $i_{e,k}$ el valor de la variable aleatoria rentabilidad resultante de la combinación k -ésima de los valores actuales de las prestaciones y de las primas.

En las modalidades de seguros de vida clásicas, el valor que tomen, respectivamente, cada una de las variables aleatorias VAP y $VAPR$ y, por tanto, el de la variable aleatoria rentabilidad de la operación ($i_{e,k}$), vienen determinados, a su vez, por la supervivencia del asegurado -o, lo que es lo mismo, por la duración de la operación de seguro-, la cual puede medirse por medio de la variable aleatoria K_x que representa el número de años completos de vida hasta la muerte de una persona de edad x .

Si se designa por $\mathbb{P}(i_e = i_{e,k})$ a la probabilidad asociada a dicho valor $i_{e,k}$, entonces la esperanza matemática de la variable aleatoria rentabilidad es:

$$\mathbb{E}(i_{e,k}) = \sum_{\forall k} i_{e,k} \cdot \mathbb{P}(i_e = i_{e,k}) \quad (2)$$

Este método de determinación de la rentabilidad esperada de la operación de seguro de vida tiene como principal ventaja el exhaustivo conocimiento que proporciona de la variable aleatoria que se estudia, pues se dispone de su distribución de probabilidad y ello permite determinar no sólo su esperanza matemática, sino otras medidas estadísticas relevantes como la moda y la desviación típica. Estas medidas se obtienen para cada uno de los ejemplos que se desarrollan en el tercer epígrafe y se muestran en el epígrafe 3.5.

Así, la varianza es:

$$\mathbb{V}(i_e) = \sum_{\forall k} [i_{e,k} - \mathbb{E}(i_e)]^2 \cdot \mathbb{P}(i_e = i_{e,k}) \quad (3)$$

Lógicamente, la desviación típica se obtiene como la raíz cuadrada de la expresión anterior.

Sin embargo, este método tiene como principales inconvenientes que el cálculo es bastante laborioso en comparación con el que se expone en el epígrafe siguiente y que, en ciertas modalidades de seguros, alguno/s de los valores de la variable aleatoria rentabilidad puede/n no existir o ser anómalo/s.

2.3 La rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las prestaciones y de las primas

Un enfoque alternativo al seguido en el epígrafe anterior consiste en aplicar directamente la esperanza matemática a la expresión (1):

$$\mathbb{E}(VAP) = \mathbb{E}(VAPR) \rightarrow i'_e \quad (4)$$

Ambas esperanzas matemáticas de valores actuales o valores actuales actuariales pueden obtenerse, a su vez, como los valores actuales de los flujos probables o medios esperados por prestaciones y por primas (respectivamente).

En este caso, la rentabilidad esperada se obtiene a través de un único valor, i'_e , el cual puede interpretarse como una aproximación a la esperanza

matemática de la variable aleatoria rentabilidad (es decir, al resultado proporcionado por el método desarrollado en el epígrafe anterior).

Como se observa, no es preciso obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad, lo que hace que la aplicación de este método sea mucho más sencilla y rápida.

Asimismo, puesto que la expresión (4) no es otra cosa que la equivalencia actuarial que se aplica en el cálculo de la/s prima/s de la operación, solo que empleando el tanto i'_e en lugar del tipo de interés técnico, es posible afirmar que para toda operación para la cual haya sido calculada la prima, será posible obtener la rentabilidad esperada por este método.

Por último, este método permite a las entidades aseguradoras aprovechar recursos que utilizan para los cálculos de primas, de provisiones matemáticas y del requisito de capital obligatorio correspondiente a los submódulos de longevidad y de mortalidad.

Sin embargo, al no disponerse de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad, no pueden obtenerse medidas estadísticas relevantes –además de la propia esperanza matemática– que sí pueden determinarse aplicando el método expuesto en el epígrafe anterior.

Éste es el método que la Orden establece para la determinación de la rentabilidad esperada de los seguros de vida, pues en su artículo 2 define a ésta como “el tipo de interés anual que iguala los valores actuales de las prestaciones esperadas que se puedan percibir en la operación por todos los conceptos y los pagos esperados de prima”.

Asimismo, se trata del único método que Devesa *et al.* (2016) plantean en su trabajo.

En los artículos 4 a 6 de la Orden se establecen determinados criterios básicos a seguir en el cálculo de la rentabilidad esperada:

- Los flujos esperados por prestaciones incluirán los capitales o rentas garantizadas tanto para el caso de fallecimiento como para supervivencia, excluyendo cualquier flujo correspondiente a gastos de la entidad aseguradora (ya sean internos o externos).
- Los flujos esperados por primas deben corresponder a la totalidad de la prima única o las primas periódicas a satisfacer, tanto para caso de

fallecimiento como para caso de supervivencia, e incluidos todos los recargos; esto es, a las primas comerciales o de tarifa.

- Las probabilidades asociadas a los flujos de prestaciones y a los de primas deben obtenerse por medio de las tablas PASEM 2010, referidas a hombres, cuando el capital en riesgo sea positivo, y las tablas PER 2000-P, referidas a mujeres, cuando el capital en riesgo sea negativo, con independencia de las tablas utilizadas en el cálculo de la prima de tarifa correspondiente a dichas prestaciones.

No obstante, se permite el uso de otras tablas de mortalidad siempre que el valor de la rentabilidad esperada resultante sea igual o inferior al obtenido con el uso de las tablas referidas anteriormente.

Con el objeto de enriquecer el resultado que proporciona este método, y suponiendo que también se ha aplicado el método expuesto en el epígrafe anterior y, por consiguiente, se dispone de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad, se propone en este trabajo medir la dispersión de la variable aleatoria rentabilidad respecto del tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las primas y las prestaciones. Para ello puede obtenerse la correspondiente desviación cuadrática media:

$$DCM_{i'_e}(i_e) = \sum_{\forall k} (i_{e,k} - i'_e)^2 \cdot \mathbb{P}(i_e = i_{e,k}) \quad (5)$$

Esta medida se obtiene para cada uno de los ejemplos que se desarrollan en el tercer epígrafe y se muestra en el epígrafe 3.5.

3. La rentabilidad esperada en determinadas modalidades de seguros de vida: desarrollo de ambos métodos de cálculo y análisis empírico

3.1 Introducción

En este epígrafe se desarrollan los dos métodos expuestos en el segundo epígrafe, tanto desde el punto de vista teórico –construcción del modelo– como desde el punto de vista práctico (aplicación a ejemplos). Todo ello para cada una de las modalidades de seguros que se indican a continuación, las cuales, estando incluidas entre aquellas para las que la entidad debe cumplir el deber de información sobre su rentabilidad esperada, se han identificado como interesantes por sus características:

- Seguro mixto simple.
- Seguro vida entera.
- Seguro de renta temporal diferida con contraseguro.

En la aplicación de ambos métodos se van a seguir los criterios que se establecen en la Orden para estimar las probabilidades de fallecimiento/supervivencia, los cuales se han indicado en el epígrafe 2.3. Para ello, el capital en riesgo de la operación en cada momento se obtiene como la diferencia entre la suma asegurada por fallecimiento y la provisión matemática en dicha fecha.

3.2 Seguro mixto simple

La primera modalidad de seguro que se analiza es un seguro mixto a prima única – Π''_x representada por -, la cual se caracteriza porque los beneficiarios recibirán un capital de cuantía C_f si el asegurado fallece antes de alcanzar la edad $x+n$ y otro de cuantía C_s si sobrevive a dicha edad.

La obtención de la rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad requiere, en primer lugar, determinar los valores de dicha variable, los cuales vienen dados por la siguiente expresión:

$$\left. \begin{array}{l} \Pi''_x = C_f \cdot (1 + i_{e,k})^{-(k+0,5)} \quad \text{si } k = 0, 1, 2, \dots, n - 1 \\ \Pi''_x = C_s \cdot (1 + i_{e,n})^{-n} \quad \text{si } k \geq n \end{array} \right\} \rightarrow i_{e,k} \quad (6)$$

Las probabilidades asociadas a dichos valores se corresponden con las de la variable aleatoria número de años completos de vida hasta la muerte, la cual se representa habitualmente por K_x .

Una vez obtenida la distribución de probabilidad de dicha variable, su esperanza matemática puede obtenerse por medio de esta expresión:

$$\mathbb{E}(i_e) = \sum_{k=0}^{n-1} i_{e,k} \cdot {}_k/ q_x + i_{e,n} \cdot {}_n p_x \quad (7)$$

Por su parte, la obtención de la rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados requiere definir las variables siguientes:

- las que representan los flujos de prestaciones, las cuales son las variables aleatorias cuantías de los capitales para caso de fallecimiento (representadas por ξ_k) y cuantías de los capitales para caso de supervivencia (representadas por Y_k);
- las que representan los flujos de primas, que, siempre que el tomador desembolse una prima única al inicio de la operación, se reducen a una variable determinista cuyo valor es igual al importe de la prima satisfecha.

La expresión que permite obtener el tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de prestaciones y de primas es la siguiente:

$$\begin{aligned} \Pi''_x &= \sum_{k=0}^{n-1} \mathbb{E}(\xi_k) \cdot (1 + i'_e)^{-(k+0,5)} + \mathbb{E}(\gamma_k)(1 + i'_e)^{-n} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} C_f \cdot k / q_x \cdot (1 + i'_e)^{-(k+0,5)} + C_s \cdot {}_n p_x \cdot (1 + i'_e)^{-n} \rightarrow i'_e \end{aligned} \quad (8)$$

Todos estos tantos medios efectivos ($i_{e,k}$ e i'_e) se obtienen empleando un método de cálculo iterativo. En el presente trabajo se ha utilizado la herramienta “Buscar objetivo” de la hoja de cálculo Excel o el método *goalseek* del lenguaje de programación Visual Basic para Aplicaciones en función el número de valores que es necesario calcular para obtener el valor o la distribución de probabilidad de dichos tantos. No obstante, debido a que los valores que presentan los tantos en determinadas modalidades de seguros son anómalos (excesivamente altos o, incluso, negativos), ha sido necesario modificar el número máximo de iteraciones y el cambio máximo, los cuales se han establecido en 1.000.000 y en 0,000001, respectivamente.

Con el objeto de ilustrar ambas metodologías, se obtienen las rentabilidades esperadas para un seguro mixto simple cuya base técnica es la siguiente.

El seguro garantiza a los beneficiarios un capital de 50.000€ si el asegurado sobrevive 10 años y otro del mismo importe si fallece con anterioridad. El asegurado es un varón que pertenece a la cohorte de 1.960 y que, por tanto, presenta una edad actuarial de 57 años el 1 de enero de 2.017, fecha en la que entra en vigor el seguro. En la base técnica se utiliza un tipo de interés

técnico del 2%, una tabla de mortalidad PASEM 2010 unisex³ y se establecen unos gastos de gestión interna del 0,5% sobre el capital garantizado de mayor importe y otros de gestión externa del 2,5% de la prima comercial.

La prima única comercial de dicho seguro se obtiene aplicando el principio de equivalencia actuarial estática y es 42.496,44€.

En primer lugar se obtiene la rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad.

Los valores de dicha variable se obtienen por medio de la expresión (6), mientras que las probabilidades asociadas a cada uno de dichos valores se determinan empleando los mismos criterios que establece la Orden; todo ello con la finalidad de que, si se producen diferencias entre las medidas objeto de análisis, éstas se deban a las diferencias entre las metodologías utilizadas para su obtención.

La identificación de la tabla de mortalidad a emplear requiere determinar el capital en riesgo de la operación en cada periodo (representado por CeR_k), de forma que se utilizará la PASEM 2010 referida a hombres cuando sea positivo y la PER 2000-P referida a mujeres cuando sea negativo. Dicho capital en riesgo viene dado por la diferencia entre el capital garantizado en caso de fallecimiento (C_f) y la provisión matemática a prima comercial (${}_kV_x''$). Los valores obtenidos se muestran en la tabla 1⁴.

Tabla 1. Capital en riesgo de un seguro mixto simple

k	C_f	${}_kV_x''$	CeR_k
0	50.000	41.980,85	8.019,15
1	50.000	42.794,44	7.205,56
...
9	50.000	49.022,55	977,45
10	50.000	50.000,00	0,00

Fuente: elaboración propia

³ Para construir dicha tabla de mortalidad, las probabilidades de que un individuo de edad x fallezca antes de alcanzar la edad $x+1$ (q_x) se han obtenido ponderando un 50% las probabilidades q_x que proporcionan las tablas de mortalidad PASEM 2010 referidas a hombres y otro 50% las de las referidas a mujeres.

⁴ Por brevedad sólo se han incluido los valores iniciales y finales de esta y de otras magnitudes.

Como puede observarse, el capital en riesgo es positivo para toda la duración de la operación, por lo que la tabla de mortalidad utilizada es la PASEM 2010 referida a hombres.

Una vez determinados los valores de la variable aleatoria rentabilidad y sus respectivas probabilidades, la distribución de probabilidad se muestra en la tabla 2 (por claridad, se han incluido los valores de la variable K_x en la primera columna).

Tabla 2. Distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad de un seguro mixto simple

$K_x = k$	$i_{e,k}$	$\mathbb{P}(i_e = i_{e,k})$
0	38,43%	0,007959
1	11,45%	0,008534
...
9	1,73%	0,012804
≥ 10	1,64%	0,897926

Fuente: elaboración propia

La rentabilidad esperada se obtiene aplicando la expresión (7) a la información contenida en esta última tabla y es:

$$\mathbb{E}(i_e) = 2,15\%$$

En segundo lugar se obtiene la rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las prestaciones y las primas, para lo cual se utiliza la expresión (8), resultando:

$$i'_e = 1,73\%$$

Al respecto, cabe destacar el efecto que se produce en el caso de que el capital para caso de fallecimiento sea sensiblemente inferior al capital para caso de supervivencia, puesto que dicha diferencia provoca que presenten valores negativos tanto la variable aleatoria rentabilidad como el capital en riesgo. Esto último conllevaría, a su vez, la utilización de otra tabla de mortalidad, la PER 2000-P, en aplicación del artículo 6 de la Orden, lo que afectaría a la comparabilidad de las rentabilidades esperadas obtenidas en aplicación de dicha norma.

3.3. Seguro vida entera

La segunda modalidad de seguro que se analiza es un seguro vida entera, que se caracteriza porque los beneficiarios recibirán en el momento en el que fallezca el asegurado un capital $C_{f,k}$, el cual será de cuantía C si fallece el primer año y que experimentará un incremento anual acumulativo de g .

$$C_{f,k} = C \cdot (1 + g)^k = C \cdot q^k, \quad k = 0, 1, \dots, \omega - x - 1$$

Las primas se pagarán al principio de cada año hasta que el asegurado fallezca o alcance la edad $x+n$ (representadas por $P''_{x:\overline{n}|}$).

Como se ha expuesto para el caso de un seguro mixto simple, la rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad requiere determinar los valores de la variable, los cuales vienen dados por la expresión que figura a continuación, y las probabilidades asociadas a los mismos, que se obtienen de las de la variable aleatoria número de años completos de vida hasta la muerte.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=0}^k P''_{x:\overline{n}|} \cdot (1 + i_{e,k})^{-j} \\ = C_{f,k} \cdot (1 + i_{e,k})^{-(k+0,5)} \quad \text{si } k = 0, 1, \dots, n - 1 \\ \\ \sum_{j=0}^{n-1} P''_{x:\overline{n}|} \cdot (1 + i_{e,k})^{-j} \\ = C_{f,k} \cdot (1 + i_{e,k})^{-(k+0,5)} \quad \text{si } k = n, \dots, \omega - x - 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow i_{e,k}$$

(9)

La esperanza matemática de dicha variable puede obtenerse fácilmente una vez que se dispone de su distribución de probabilidad por medio de esta expresión:

$$\mathbb{E}(i_e) = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} i_{e,k} \cdot q_x \quad (10)$$

La rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores medios esperados requiere definir las variables que representan los distintos flujos que conlleva la operación. Las variables que representan los flujos de prestaciones se han definido en el epígrafe 3.2 y, en esta modalidad de seguro, al no contemplarse prestaciones para caso de supervivencia, presentan la particularidad de que $\gamma_k = 0 \quad \forall k$; mientras que las que representan los flujos de prestaciones son una variable aleatoria representada por δ_k .

Una vez definidas dichas variables aleatorias, la expresión que permite obtener el tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de prestaciones y de primas es:

$$\sum_{k=0}^{n-1} \mathbb{E}(\delta_k) \cdot (1 + i'_e)^{-k} = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} \mathbb{E}(\xi_k) \cdot (1 + i'_e)^{-k} \rightarrow i'_e \quad (11)$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} P''_{x:\overline{n}|} \cdot k p_x \cdot (1 + i'_e)^{-k} = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} C \cdot q^k \cdot (1 + i'_e)^{-k} \rightarrow i'_e$$

Con el objeto de ilustrar ambos métodos, se obtienen las rentabilidades esperadas para un seguro vida entera con la base técnica siguiente.

El seguro garantiza a los beneficiarios del asegurado un capital, cuya cuantía será 30.000€ si fallece el primer año y que experimentará un incremento anual acumulativo del 1,5% el resto, y las primas se pagarán al principio de cada año hasta que el asegurado fallezca o transcurran 10 años. Con la finalidad de simplificar la exposición, en el resto de los elementos de la base técnica (características del asegurado, tipo de interés técnico, tabla de mortalidad y gastos de gestión tanto interna como externa) se utilizan los mismos valores que en el ejemplo del epígrafe 3.2.

La prima comercial anual del seguro se obtiene aplicando el principio de equivalencia actuarial estática, y es 3.389,10 €.

La rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad requiere determinar la distribución de probabilidad de dicha variable. Los valores se obtienen a partir de la expresión (9), mientras que, para determinar las probabilidades, es preciso calcular, previamente, el capital en riesgo de la operación en cada periodo, cuyos valores se presentan en la tabla 3.

Tabla 3. Capital en riesgo de un seguro vida entera

k	$C_{f,k}$	${}_kV_x''$	CeR_k
0	30.000,00	0,00	30.000,00
1	30.450,00	3.052,23	27.397,77
...
53	66.042,19	65.447,08	595,12
54	67.032,83	65.070,20	1.962,63

Fuente: elaboración propia

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad se muestra en la tabla 4 (al ser los capitales en riesgo positivos, la tabla de mortalidad utilizada es la PASEM 2010 para hombres).

Tabla 4. Distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad de un seguro vida entera con pago periódico de primas

$K_x = k$	$i_{e,k}$	$\mathbb{P}(i_e = i_{e,k})$
0	7.735,63%	0,007959
1	268,22%	0,008534
...
9	2,27%	0,011718
10	0,24%	0,012804
...
25	1,18%	0,051157
...
49	1,35%	0,000004
50	1,36%	0,000001
...

Fuente: elaboración propia

La rentabilidad esperada se obtiene empleando la expresión (10):

$$\mathbb{E}(i_e) = 66,74\%$$

Como puede observarse en la tabla 4, esta hipótesis de pago de primas conlleva que la variable aleatoria rentabilidad presente valores que se encuentran en el intervalo [7.735,63%, 2,27%] para $k = 0, 1, \dots, n-1$. Estas rentabilidades extraordinarias se deben a que, dentro de dicho intervalo, al fallecer el asegurado, el tomador sólo abona $k+1$ primas mientras que los beneficiarios reciben el capital asegurado en su totalidad y, lógicamente, son mayores cuanto menor es el valor de k .

A continuación se calcula la rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las prestaciones y de las primas empleando la expresión (11):

$$i'_e = 1,38\%$$

Con el fin de eliminar el efecto expuesto, que produce que surjan rentabilidades extraordinarias, se plantea la hipótesis del pago de una única prima al contratar el seguro.

La rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad se calcula por medio de la expresión (10) y la distribución de probabilidad de dicha variable se obtiene empleando la metodología expuesta para la hipótesis de pago periódico de primas con la diferencia de que los valores de la variable se calculan por medio de la expresión:

$$\pi''_{x:\overline{n}|} = C_{f,k} \cdot (1 + i_{e,k})^{-(k+0,5)} \quad \text{si } k = 0, 1, \dots, \omega - x - 1 \rightarrow i_{e,k} \quad (12)$$

Por su parte, la rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores medios esperados requiere determinar los flujos de prestaciones, que son idénticos que los señalados para la hipótesis de pago periódico de primas, y los de primas, que se simplifican notablemente al asumirse la hipótesis del pago de una prima única, reduciéndose a una variable determinista cuyo valor es igual a su importe. Por consiguiente, el tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de prestaciones y de primas se obtiene por medio de esta expresión:

$$\begin{aligned} \Pi''_x &= \sum_{k=0}^{\omega-x-1} \mathbb{E}(\xi_k) \cdot (1 + i'_e)^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^{\omega-x-1} C \cdot q^k \cdot (1 + i'_e)^{-k} \rightarrow i'_e \end{aligned} \quad (13)$$

La base técnica empleada para obtener las rentabilidades esperadas por medio de ambos métodos es la misma que la utilizada en la hipótesis de pago periódico de primas a excepción, obviamente, de las primas, para las que se asume la hipótesis de que se abona una única prima al contratar el seguro.

La prima única se obtiene aplicando el principio de equivalencia actuarial estática y es 30.107,53€.

Los valores de la variable aleatoria rentabilidad se calculan aplicando la expresión (12) y las probabilidades se obtienen aplicando la metodología expuesta más arriba. Teniendo en cuenta la naturaleza de esta modalidad de seguro y lo expuesto para el caso de prima periódica, se sabe que los capitales en riesgo son positivos a lo largo de la duración de la operación, por lo que la tabla de mortalidad utilizada es la PASEM 2010 para hombres.

La distribución de probabilidad de la variable se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. Distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad de un seguro vida entera a prima única

$K_x = k$	$i_{e,k}$	$\mathbb{P}(i_e = i_{e,k})$
0	-0,71%	0,007959
1	0,76%	0,008534
...
25	1,45%	0,051157
...
49	1,48%	0,000004
50	1,48%	0,000001
...

Fuente: elaboración propia

La rentabilidad esperada se obtiene por medio de la expresión (10):

$$\mathbb{E}(i_e) = 1,41\%$$

Como puede comprobarse, si se asume la hipótesis de prima única, la variable aleatoria rentabilidad no sólo no presenta valores positivos extraordinarios, sino que, incluso, su valor es negativo para $k=0$.

La rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados medios de las prestaciones y de las primas se obtiene utilizando la expresión (13):

$$i'_e = 1,45\%$$

3.4 Seguro de renta temporal diferida con contraseguro

La última modalidad de seguro que se analiza es una renta temporal diferida con contraseguro, la cual se caracteriza porque:

- el tomador pagará las primas al principio de cada año hasta que fallezca el asegurado o finalice el periodo de diferimiento;
- los beneficiarios recibirán una renta anual de cuantía C_s durante n años si el asegurado sobrevive a la edad $x+d$;
- caso de que el asegurado fallezca dentro del periodo de diferimiento de la renta y pago de primas, se produciría el reembolso de las primas abonadas.

La rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad requiere determinar la distribución de probabilidad de dicha variable formada por los valores de la variable, que se obtienen de la expresión que figura a continuación, y sus probabilidades, que se obtienen por correspondencia entre éstas y las de la variable aleatoria número de años completos de vida hasta la muerte.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=0}^k P''_{x:\overline{n}|} \cdot (1+i_{e,k})^{-(j+0,5)} \\ = (k+1) \cdot P''_{x:\overline{n}|} \cdot (1+i_{e,k})^{-(k+0,5)} \quad \text{si } k = 0, 1, \dots, d-1 \\ \sum_{j=0}^{n-1} P''_{x:\overline{n}|} \cdot (1+i_{e,k})^{-(j+0,5)} = \\ \sum_{j=d}^k C_s \cdot (1+i_{e,k})^{-(j+0,5)} \quad \text{si } k = d, d+1, \dots, d+n-1 \end{aligned} \right\} \rightarrow i_{e,k} \quad (14)$$

La esperanza matemática de dicha variable se calcula por medio de la expresión siguiente:

$$\mathbb{E}(i_e) = \sum_{k=0}^{n+d-2} i_{e,k} \cdot k / q_x + i_{e,n+d-1} \cdot n+d-1 p_x \quad (15)$$

La rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores medios esperados se obtiene por medio de la expresión:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{d-1} \mathbb{E}(\delta_k) \cdot (1+i'_e)^{-k} &= \sum_{k=0}^{d-1} \mathbb{E}(\xi_k) \cdot (1+i'_e)^{-(k+0,5)} \\ &+ \sum_{k=d}^{d+n-1} \mathbb{E}(\gamma_k) \cdot (1+i'_e)^x \rightarrow i'_e \\ \sum_{k=0}^{d-1} P''_{x:\overline{n}|} \cdot k p_x \cdot (1+i'_e)^{-k} &= \sum_{k=0}^{d-1} (k+1) \cdot P''_{x:\overline{n}|} \cdot k / q_x \cdot (1+i'_e)^{-(k+0,5)} \\ &+ \sum_{d=0}^{d+n-1} C_{f2}^k p_x \cdot (1+i'_e)^{-k} \rightarrow i'_e \end{aligned} \quad (16)$$

La base técnica que se utiliza para ilustrar ambos métodos se detalla a continuación.

El seguro garantiza a los beneficiarios una renta anual pospagable de 5.000 € durante 10 años -duración- si el asegurado sobrevive 10 años -diferimiento- y el pago de las primas abonadas si fallece con anterioridad. El asegurado es un varón que pertenece a la cohorte de 1.962 y que, por tanto, presenta una edad actuarial de 55 años el 1 de enero de 2.017, fecha en la que entra en vigor el seguro. En la base técnica se utiliza un tipo de interés técnico del 2%, una tabla de mortalidad PER 2000-P unisex⁵, se establecen unos gastos de gestión interna del 0,5% sobre la prima periódica y no se consideran gastos de gestión externa. Las primas se pagarán al principio de cada año hasta que el asegurado fallezca o finalice el periodo de diferimiento.

La prima comercial anual del seguro expuesto en el párrafo anterior es 3.998,66 €.

La rentabilidad esperada como valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad requiere determinar los valores de dicha variable, que se calculan empleando la expresión (14), y las probabilidades asociadas a cada valor, las cuales requieren determinar el capital en riesgo de la operación que se muestra en la tabla 6.

Tabla 6. Capital en riesgo de un seguro de rentas temporales con reembolso de primas

⁵ Al igual que la tabla de mortalidad PASEM 2010 unisex utilizada en los epígrafes 3.2 y 3.3, la tabla de mortalidad unisex se ha construido ponderando al 50% las probabilidades de que un individuo de edad x fallezca antes de alcanzar la edad $x+1$ (q_x) obtenidas de las tablas de mortalidad PER 2000 referidas a hombres y a mujeres.

k	$C_{f,k}$	${}_kV_x''$	CeR_k
0	3.998,66	0,00	3.998,66
1	7.997,31	3.935,71	4.061,60
...
9	39.986,56	39.456,42	530,14
10	0,00	44.504,99	-44.504,99
...
18	0,00	9.851,77	-9.851,77
19	0,00	5.000,00	-5.000,00

Fuente: elaboración propia

Como puede observarse en la tabla 6, el capital en riesgo presenta valores positivos y negativos a lo largo de la operación, lo cual se debe a la naturaleza opuesta de las prestaciones, coincidiendo el punto de inflexión en los signos con el final de una cobertura -capital para caso de fallecimiento creciente en progresión aritmética- y el inicio de la otra (renta constante, diferida y temporal).

La posibilidad indicada en el párrafo anterior no se recoge en la Orden, que, como se ha expuesto en el epígrafe 2.3, establece que se utilizará la PASEM 2010 referida a hombres o la PER 2000-P referida a mujeres en función de si el capital en riesgo es positivo o negativo, respectivamente, pero no indica la forma de proceder en aquellas operaciones de seguro en las que dicho capital experimente cambios de signo.

La hipótesis que se ha asumido en el presente trabajo es que se utilizará la tabla de mortalidad que sea adecuada en función de la cobertura principal garantizada por la operación de seguro. Por tanto, dado que la cobertura principal de la modalidad de seguro que se analiza es para caso de supervivencia, la tabla de mortalidad utilizada para calcular la rentabilidad esperada es la PER 2000-P referida a mujeres.

Teniendo en cuenta lo expuesto, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad se muestra en la tabla 7.

Tabla 7. Distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad de un seguro de rentas temporales con reembolso de primas

$K_x = k$	$i_{e,k}$	$\mathbb{P}(i_e = i_{e,k})$
0	0,00%	0,001279
...
9	0,00%	0,002223
10	-44,36%	0,002446
11	-24,43%	0,002642
...
18	1,25%	0,004969
19	2,26%	0,951485

Fuente: elaboración propia

La rentabilidad esperada se calcula empleando la expresión (15):

$$\mathbb{E}(i_e) = 1,87\%$$

Asimismo, la rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las primas y de las prestaciones se obtiene empleando la expresión (16):

$$i'_e = 2,11\%$$

3.5 Principales estadísticos

Como se expuso en el epígrafe 2.2, la principal ventaja que presenta la determinación de la rentabilidad esperada como el valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad de la operación es que se conoce la distribución de probabilidad de la variable aleatoria, lo que permite determinar no sólo su esperanza matemática, sino otros estadísticos relevantes.

Por ello, una vez obtenida por ambos métodos la rentabilidad esperada de las operaciones de seguro propuestas en los epígrafes 3.2 a 3.4, en la tabla 8 se presentan, junto con la esperanza matemática –segunda columna- otros estadísticos relevantes para el conocimiento de la variable aleatoria rentabilidad tales como la desviación típica y la moda (representados, respectivamente, en las columnas tercera y cuarta).

Tabla 8. Principales estadísticos de la variable aleatoria rentabilidad en tres operaciones de seguro

Operación de seguro	$E(i_e)$	$D(i_e)$	$M(i_e)$
Mixto simple	2,15%	3,43%	1,64%
Vida entera, prima periódica	66,74%	687,41%	1,18%
Vida entera, prima única	1,41%	0,21%	1,45%
Renta temporal diferida	1,87%	2,99%	2,26%

Fuente: elaboración propia

Asimismo, con el fin de comparar las rentabilidades esperadas que proporcionan ambos métodos, se calcula la raíz cuadrada de la desviación cuadrática media propuesta en el epígrafe 2.3 cuyos valores se muestran en la tabla 9 junto con los tantos al que se igualan los valores actuales medios esperados de las primas y de las prestaciones.

Tabla 9. Raíz cuadrada de la desviación cuadrática media de la variable aleatoria rentabilidad respecto del tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las primas y las prestaciones, y valores de dichos tantos en tres operaciones de seguro

Operación de seguro	i'_e	$\sqrt{DCM_{i'_e}(i_e)}$
Mixto simple	1,73%	3,45%
Vida entera, prima periódica	1,38%	690,51%
Vida entera, prima única	1,45%	0,21%
Renta temporal diferida	2,11%	3,00%

Fuente: elaboración propia

4. Conclusiones y futuras líneas de trabajo

Las principales conclusiones que se han puesto de manifiesto a lo largo del trabajo son las siguientes:

Conforme a la Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, las rentas vitalicias y temporales sin contraseguro quedan excluidas de la obligación de información sobre la rentabilidad esperada. Se desconoce la motivación del gobierno al establecer esta exclusión, pues se trata de modalidades de seguros de vida cuya naturaleza es plenamente de inversión.

El método de cálculo de la rentabilidad esperada como esperanza matemática de la variable aleatoria rentabilidad tiene como principal ventaja el exhaustivo conocimiento que proporciona de la variable aleatoria que se estudia, pues se dispone de su distribución de probabilidad y ello permite determinar no sólo su esperanza matemática, sino otras medidas estadísticas relevantes como la moda y la varianza. Sin embargo, sus inconvenientes son que el cálculo es laborioso y que, en ciertas modalidades de seguros,

alguno/s de los valores de la variable aleatoria rentabilidad puede/n no existir o ser anómalo/s.

En particular, la moda resulta particularmente interesante en aquellas modalidades de seguro de vida en las que un valor de la variable aleatoria rentabilidad es sensiblemente más probable que los demás, como es, habitualmente, el caso del seguro mixto simple.

El método de cálculo de la rentabilidad esperada como tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las prestaciones y las primas tiene como principal ventaja su aplicación sencilla y rápida. Sin embargo, su principal inconveniente es que, al no disponerse de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria rentabilidad, no pueden obtenerse ni la propia esperanza matemática ni otras medidas estadísticas relevantes.

En ese sentido, para los tres ejemplos planteados –correspondientes a tres modalidades diferentes de seguro de vida- se ha determinado la raíz cuadrada de la desviación cuadrática media de los valores de la variable aleatoria rentabilidad respecto del tanto al que se igualan los valores actuales medios esperados de las prestaciones y las primas, y se han obtenido valores de dicha medida de dispersión muy próximos a la desviación típica de dicha variable.

Finalmente, las futuras líneas de investigación que surgen tras la realización del presente trabajo son dos.

En las bases técnicas utilizadas en los epígrafes 3.2 a 3.4 se emplean unos valores razonables para cada una de las magnitudes de las operaciones de seguro consideradas. No obstante, en el presente trabajo no se determina el efecto que tiene en la rentabilidad esperada la consideración de otros valores para cada una de dichas variables. Por ello, una futura línea de trabajo consiste en la realización de un análisis de sensibilidad de la rentabilidad esperada respecto de cada uno de las variables que figuran en la base técnica, con especial énfasis en aquellos valores extremos que pueden influir en dicha magnitud cuando ésta se calcula como el valor medio esperado de la variable aleatoria rentabilidad.

Por otra parte, tal y como se indicó en el epígrafe 3.4, la Orden establece la tabla de mortalidad a considerar en el caso de que el capital en riesgo sea positivo o negativo pero no contempla la posibilidad de un cambio de signo en dicho capital dentro de la duración de la operación, lo que introduce un elemento de subjetividad en el cálculo de la rentabilidad esperada.

Dicha laguna presenta diversas posibles soluciones que serán objeto de análisis en otra futura línea de trabajo.

Referencias

De Pablo López, A. (2002). *Valoración financiera*. Tercera edición. Centro de Estudios Ramón Areces. Madrid (España).

Devesa, E., Devesa, M., Alonso, J.J., Domínguez, I., Meneu, R. y B. Encinas (2016). El reto de las entidades aseguradoras ante la introducción de la rentabilidad esperada en España. *Universia Business Review* 52,168-197.

González Catalá, V. T. (1992). *Análisis de las operaciones financieras, bancarias y bursátiles*. Ciencias Sociales. Madrid (España).

Ley 1/2013, de 14 de mayo, de medidas para reforzar la protección a los deudores hipotecarios, reestructuración de deuda y alquiler social. *Boletín Oficial del Estado*, 15 de Mayo de 2013, núm. 116, pp. 36398.

Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, por la que se regula el cálculo de la rentabilidad esperada de las operaciones de seguro de vida. *Boletín Oficial del Estado*, 13 de Diciembre de 2014, núm. 301.

Moreno Ruiz, R., Gómez Pérez-Cacho, O. y E. Trigo Martínez (2005). *Matemática de los seguros de vida*. Ed. Pirámide. Madrid (España).

Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, por el que se aprueba el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados. *Boletín Oficial del Estado*, 25 de Noviembre de 1988, núm. 282, pp. 38731-38732.

Real Decreto 681/2014, de 1 de agosto, por el que se modifica el Reglamento de planes y fondos de pensiones, aprobado por Real Decreto 304/2004, de 20 de febrero, el Reglamento sobre la instrumentación de los compromisos por pensiones de las empresas con los trabajadores y beneficiarios, aprobado por Real Decreto 1588/1999, de 15 de octubre, el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados, aprobado por Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, y el Real Decreto 764/2010, de 11 de junio, por el que se desarrolla la Ley 26/2006, de 17 de julio, de mediación de seguros y reaseguros privados

en materia de información estadístico-contable y del negocio, y de competencia profesional. *Boletín Oficial del Estado*, 2 de Agosto de 2014, núm. 187, pp. 62296-62297.

Real Decreto Legislativo 6/2004, de 29 de octubre, por el que se aprueba el texto refundido de la Ley de ordenación y supervisión de los seguros privados. *Boletín Oficial del Estado*, 5 de Noviembre de 2004, núm. 267, pp. 36636-36637.